

35. 形状最適化手法によって得られた最適形状の力学的特性に関する研究

0710920154 石岡千尋  
指導教員 藤井大地 教授

方法 有限要素法 骨組構造 形状最適化 力学的特性

1. はじめに

近年、従来の柱・梁構造の概念を踏襲しない、樹木の幹のような構造や、壁に任意形状の穴をあけるような新しい構造形態が設計されるようになってきた。

例えば、仙台メディアテーク(図 1a)や MIKIMOTO GINZA 2 などである。仙台メディアテークは薄くフラットな床スラブを海草のようにうねった柱が支えている構造が特徴である。一方、MIKIMOTO GINZA 2 はわずか 20cm ほどの厚さの壁を構造体とし、そこに開口を穿ち、軽やかさと力強い上品さを表現している。これらは共に、伊東豊雄が設計を佐々木睦朗が構造設計を担当している。このような従来の柱・梁形式にとらわれない構造形態の出現により、構造設計の面でも意匠設計の面でもデザインの幅を広げることが可能となった。

さらに、長谷川泰稔と金子慶一による芥川プロジェクト(図 1b)は拡張 ESO 法という計算力学手法によって構造形態が決められている。

本研究では、近年注目されている計算力学手法によって得られた構造形態を応力分析することによって、その力学的特性を解き明かすことを目的とする。



a)仙台メディアテーク b)芥川プロジェクト

図 1 新しい構造形態を利用した建築物

2. 位相最適化手法

2.1 手法とは

本研究では、最適形態の特性を分析する手法として、形状最適化手法である力法を用いる。力法では、まず、目的関数の各節点の  $x, y$  座標に関する感度係数を求め、この感度係数に負号を付けたものを各節点の  $x, y$  方向荷重として加える。そして、線形弾性解析によって各節点の変位を求め、この変位に適切な倍率を掛けたものを節点座標の増分  $\Delta \mathbf{q}$  とする。これにより、座標変更を行う。そして、以上の操作を繰り返して最適形状を求める。

2.2 最適化問題の定式化

本論文では、2 次元骨組の形状最適化として、以下のような問題を考える。

目的関数

$$C(\mathbf{q}) = \mathbf{f}^T \mathbf{d} = \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d}$$

を最小にする節点座標

$$\mathbf{q} = \{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_i, y_i, \dots, x_n, y_n\}$$

を求める。

ただし、要素総長さの制約条件

$$L = \sum_{i=1}^m l_i \leq L^U$$

を満足するものとする。

ここに、 $C$  はコンプライアンス、 $\mathbf{f}$  は節点外力ベクトル、 $\mathbf{d}$  は節点変位ベクトル、 $\mathbf{K}$  は全体剛性マトリクス、 $x_i, y_i$  は  $i$  番目節点の座標値、 $L$  は要素の総長さ、 $l_i$  は  $i$  番目要素の長さ、 $L^U$  は要素総長さの制約値、 $n$  は座標変更を行う節点数、 $m$  は要素数である。

2.3 感度解析法

次に、コンプライアンス  $C$  の節点座標に関する微分(感度係数)の計算法を示す。

まず、(1)式の目的関数の関係式より、

$$\frac{\partial C}{\partial q_j} = \mathbf{d}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial q_j} \mathbf{d} + 2\mathbf{d}^T \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial q_j} \quad (2)$$

また、次式の剛性方程式

$$\mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{f} \quad (3)$$

の両辺を  $q_j$  で微分すると、

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial q_j} \mathbf{d} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial q_j} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial q_j} \quad (4)$$

ここで、(4)式の関係式を(2)式に代入すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial C}{\partial q_j} = -\mathbf{d}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial q_j} \mathbf{d} + 2\mathbf{d}^T \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial q_j} \quad (5)$$

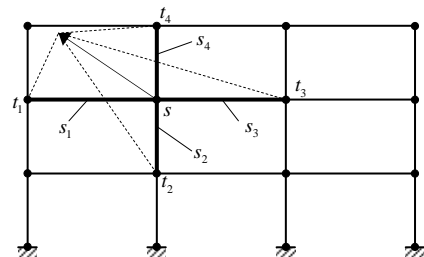


図 2 骨組構造における節点移動

図 2 に示すように  $s$  番目節点の座標が変化すると、 $s$  番目節点に接続する  $s_1 \sim s_4$  番目の要素のみが変化し、その他の要素は変化しない。したがって、この場合、 $s$  番目節点の  $x, y$  座標に関する(5)式の感度係数は次のようになる。

$$\frac{\partial C}{\partial x_s} = -\sum_{i=s_1}^{s_4} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i)}{\partial x_s} \mathbf{d}_i^e \right\} + 2 \sum_{i=s_1}^{s_4} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{f}_i^e)}{\partial x_s} \right\} \quad (6)$$

$$\frac{\partial C}{\partial y_s} = -\sum_{i=s_1}^{s_4} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i)}{\partial y_s} \mathbf{d}_i^e \right\} + 2 \sum_{i=s_1}^{s_4} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{f}_i^e)}{\partial y_s} \right\}$$

ただし、 $x_s, y_s$  は、 $s$  番目節点の  $x, y$  座標を示す。

### 3. 解析例

図 3 は今回法法の解析に使用する最も簡単なモデルである。表 1 の断面性能に基づき、このモデルについてどの位置に斜材の上端を設置すれば最も合理的に荷重を受け止めることができるのかを法法によって求めた。さらに、法法の結果とは別に意図的に  $L$  値を変更し、その応力分析を行った。それらと比較することにより部材に生じる応力の変動を検討した。また、断面積を変更すると斜材の上端の位置はどのように変わっていくのか、その変化も調べた。

表 1 使用鋼材の断面性能

	断面寸法[mm]	A[cm <sup>2</sup> ]	I[cm <sup>4</sup> ]	Z[cm <sup>3</sup> ]
柱	H-350×350×12×19	171.9	39800	2280
梁	H-500×200×9×16	107.6	46000	1840
斜材	FB-16×125	20		

図 4 は法法によって求められた最適形状とその周辺の形状の最大応力度の変化を表したグラフである。このとき最適形状の  $L$  値は 2006[mm]となった。また、表 2 は断面積に伴う最適  $L$  値の変化である。

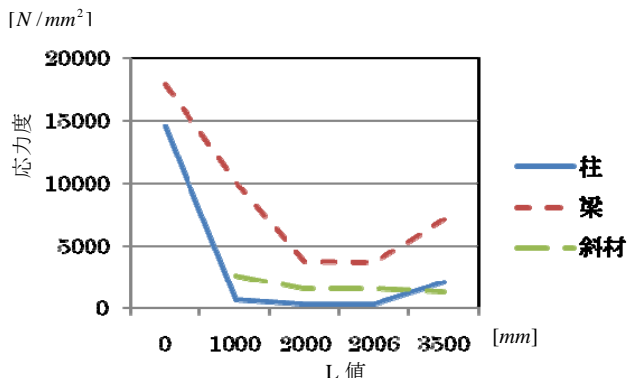
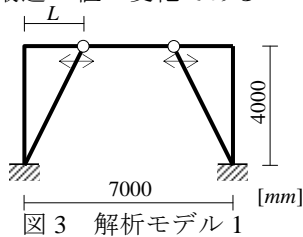


表 2 最適  $L$  値の変化

断面積	L[mm]
0.5 倍	2002
1 倍	2006
2 倍	2014

次に、図 5 に示す骨組について解析を行った。図 6 はその解析結果である。層が上がるごとに柱部材の傾きが大きくなるという結果が得られた。さらに、一般的な構造体よりも応力が小さく、なおかつ構造デザインの上でも可能性の広がる形状が得られた。

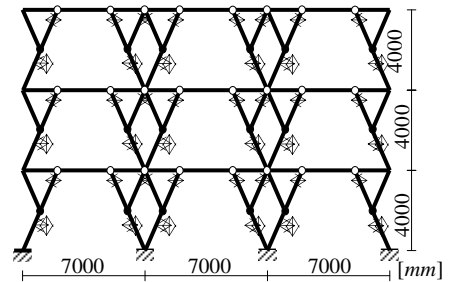
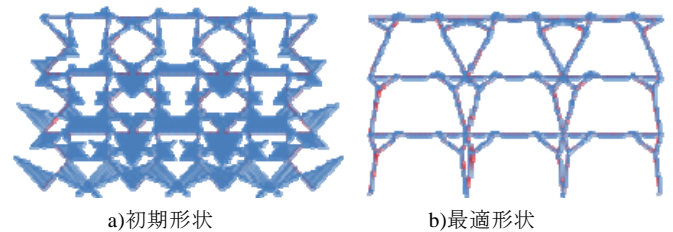
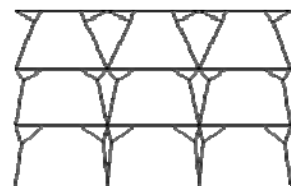


図 5 解析モデル 2



### 4. まとめ

本研究では、法法による骨組の形状最適化手法を用いて、骨組の最適形状の力学的特性を分析した。その結果、最適形状では、初期形状に比較して、応力を各部材にうまく分散化し、最大応力を小さくする形態となっていることがわかった。したがって、このような手法を用いることにより、力学的に優れた特性を有し、しかも独自のデザインを有する骨組構造の設計が可能であることがわかった。

#### 参考文献

- 1) 藤井大地, Excel で解く構造力学, 丸善, 2003
- 2) 佐々木睦明, フラックス・ストラクチャー, TOTO 出版, 2005
- 3) 畔上秀幸: 領域最適化問題の一解法, 日本機械学会論文集, A 編, 60 巻, pp.1479-1486, 1994.6