

方法による骨組構造の形状最適化

SHAPE OPTIMIZATION OF FRAME STRUCTURES USING TRACTION METHOD

佐治和哉*
Kazuya SAJI

In this paper, the traction method is applied to shape optimization of frame structures. The traction method was proposed by Azegami, but in the present method, the sensitivity analysis is different from Azegami's one. The compliance of structure is chosen for objective function, and the coordinates of all nodes of beam elements are chosen for design variables. The method of sensitivity analysis is similar to a method used in topology optimization, but in this case the sensitivity of coordinate transformation matrix and length of elements is necessary. The effectiveness of the present methods is verified by comparing with a method using SLP. Several numerical examples of 2-D frame structures are shown to demonstrate the effectiveness of the present method.

Keywords: Shape optimization, Traction method, Sensitivity analysis, SLP method, Frame structure
形状最適化, 力法, 感度解析, 逐次線形計画法, 骨組構造

1. 緒言

近年, 構造解析および施工技術の発達により, 幾何学的な形態にとらわれないより不定形で自由な形態の建築物が建築されるようになってきている. また, シェル構造等では, 意匠設計者の求める恣意的な形態に対して, 形状最適化手法を適用して形状修正を行う方法¹⁾⁻⁵⁾が発展してきている.

シェルの形状最適化問題を扱った研究は, 1950年代に線形計画法, 1960年代に非線形計画法が開発されて以来, 数理計画法の最適設計問題の一分野として多くの研究成果が挙げられている^{1),4)}. 我が国においても, シェル構造の曲げモーメントの最小化を目的とした大森ら^{6),7)}の研究, 座屈荷重の最大化を目的とした山本ら^{8),9)}, 小河ら¹⁰⁾の研究, コンプライアンス最小化を目的としたOhsakiら^{11),12)}の研究などがある. また, これらの研究を背景に, ひずみエネルギーの感度係数に基づいて自由曲面シェルの形状を決定する手法が実設計に応用されている¹³⁾.

一方, 形状最適化技術は, 機械分野の部品等の形状設計にも利用されており, これまで有限要素法を用いた様々な形状最適化手法が提案されてきた¹⁴⁾. 有限要素法による形状最適化手法として最も原始的な方法は, 境界節点座標を設計変数とする最適化問題を数理計画法によって解く方法¹⁵⁾であるが, この方法では, 形状を記述する自由度(設計変数)を有限要素モデルの自由度よりも少なく制限しないと境界形状が波打つなどの問題が生じる¹⁶⁾. このため, 境界形状の自由度を制限する方法として, 形状をB-スプライン曲線やベジエ曲線で与える方法^{17),18)}や, 形状を基本変形モードの線形和で表し, その係数を設計変数に選ぶ方法¹⁹⁾⁻²¹⁾(ベースベクトル法)などが

提案されている. しかしながら, 形状の自由度を制限する方法では, 形状のコントロールポイントや基本変形モードをユーザーが設定する必要があり, 一般ユーザーにとって形状最適化を難しいものとしている. これに対して, 畔上, 下田ら²²⁾⁻²⁴⁾は, 形状の自由度を制限せずに形状最適化を行う方法を提案した. この方法は, 目的関数の節点座標に関する感度係数に負号を付けた値を節点荷重として加え, その時の変形にしたがって形状を変更していく方法で, 力法(Traction method)と呼ばれている. この方法では, 境界形状の波打ち現象が生じないことが証明されており, 弾性変形にしたがって形状を変更していくため, メッシュのゆがみが生じにくいというメリットがある.

最近, 建築分野では, シェル構造のみならず, 建築構造の骨格をなす骨組構造に対してもより自由な形態を模索する傾向があり, 骨組構造の形態にも構造的合理性を付与できる手法が望まれている. そこで, 本研究では, 畔上らによって提案された力法を, 建築骨組の形状最適化問題に適用する方法を示す. ただし, 畔上らの方法では, 目的関数の感度解析に随伴変数法が用いられているが, 本研究では, 目的関数をコンプライアンスとし, 位相最適化手法等で一般的に用いられている感度解析法を採用する. 本方法は, 佐々木¹³⁾が, ひずみエネルギーの感度解析として用いている方法と同様であるが, 本論文では, 感度係数の導出法, 計算法について詳細に示す. また, 力法による形状最適化手法と逐次線形計画法(SLP法)による同様の手法との比較により, その有効性を検討する.

以下, 本論文第2章では, 最適化問題の定式化と感度解析法を示す. 第3章では, 力法による骨組構造の形状最適化の方法を示す.

* 近畿大学大学院 大学院生

第4章では、いくつかの建築骨組の解析例に対して、力法と逐次線形計画法の比較を行い、力法の有効性を検討する。第5章では、以上のまとめを述べる。

2. 最適化問題の定式化と感度解析法

2.1 最適化問題の定式化

本論文では、2次元骨組の形状最適化問題として、以下のような問題を考える。ただし、2次元骨組はベルヌーイ・オイラーの仮定のもとづくり要素によって離散化するものとする²⁵⁾。

<p>目的関数</p> $C(\mathbf{q}) = \mathbf{f}^T \mathbf{d} = \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d}$ <p>を最小にする節点座標</p> $\mathbf{q} = \{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_i, y_i, \dots, x_n, y_n\}$ <p>を求める。</p> <p>ただし、要素総長さの制約条件</p> $L = \sum_{i=1}^m l_i \leq L^U$ <p>を満足するものとする。</p>	(1)
--	-----

ここに、 C はコンプライアンス、 \mathbf{f} は節点外力ベクトル、 \mathbf{d} は節点変位ベクトル、 \mathbf{K} は全体剛性マトリクス、 x_i, y_i は i 番目節点の座標値、 L は要素の総長さ、 l_i は i 番目要素の長さ、 L^U は要素総長さの制約値、 n は座標変更を行う節点数、 m は要素数である。

(1)式を逐次線形計画法 (SLP 法) で解く場合は、(1)式をテラー展開し、節点座標の増分値を設計変数とする次式の問題に変換する。

<p>目的関数</p> $\sum_{j=1}^{2n} \frac{\partial C^{(k)}}{\partial q_j} \Delta q_j$ <p>を最小にする節点座標の増分</p> $\Delta \mathbf{q} = \{\Delta x_1, \Delta y_1, \Delta x_2, \Delta y_2, \dots, \Delta x_n, \Delta y_n, \dots, \Delta x_n, \Delta y_n\}$ <p>を求める。</p> <p>ただし、要素総長さの制約条件</p> $\sum_{j=1}^{2n} \frac{\partial L^{(k)}}{\partial q_j} \Delta q_j \leq L^U - L^{(k)}$ <p>を満足するものとする。</p>	(2)
--	-----

ただし、 $C^{(k)}, L^{(k)}$ は、繰り返し回数が k ステップ時のコンプライアンスと要素総長さを表す。以上の問題を繰り返し解き、 $\Delta \mathbf{q}$ が十分小さくなる解を最適解とする。ただし、逐次線形計画法では、設計変数の増分にムーブリミット (上下限值) を設定し、このムーブリミットを徐々に絞り込んで解を強制的に収束させる方法を用いる²⁶⁾。

2.2 感度解析法

次に、(2)式のコンプライアンス C の節点座標に関する微分 (感度係数) の計算法を示す。

まず、(1)式の目的関数の関係式より、

$$\frac{\partial C}{\partial q_j} = \mathbf{d}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial q_j} \mathbf{d} + 2\mathbf{d}^T \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial q_j} \quad (3)$$

また、次式の剛性方程式

$$\mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{f} \quad (4)$$

の両辺を q_j で微分すると、

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial q_j} \mathbf{d} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial q_j} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial q_j} \quad (5)$$

ここで、(5)式の関係式を(3)式に代入すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial C}{\partial q_j} = -\mathbf{d}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial q_j} \mathbf{d} + 2\mathbf{d}^T \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial q_j} \quad (6)$$

ここで、全体剛性マトリクス \mathbf{K} は、要素剛性マトリクスを用いて次のように表すことができる。

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^m \mathbf{L}_i^T \mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i \mathbf{L}_i \quad (7)$$

ここに、 \mathbf{T}_i は i 番目要素の座標変換マトリクス、 \mathbf{k}_i^e は i 番目要素の要素固有の座標系における要素剛性マトリクスである。また、 \mathbf{L}_i は i 番目要素の剛性マトリクスを全体剛性マトリクスに割り当てる 0 と 1 の成分で構成される収集行列²⁷⁾で、次式の関係がある。

$$\mathbf{d}_i^e = \mathbf{L}_i \mathbf{d} \quad (8)$$

ただし、 \mathbf{d}_i^e は要素座標系の節点変位ベクトルである。

また、全体座標系の節点外力ベクトル \mathbf{f} は、要素座標系の節点力ベクトル \mathbf{f}_i^e を用いて次のように表すことができる。

$$\mathbf{f} = \sum_{i=1}^m \mathbf{L}_i^T \mathbf{T}_i^T \mathbf{f}_i^e \quad (9)$$

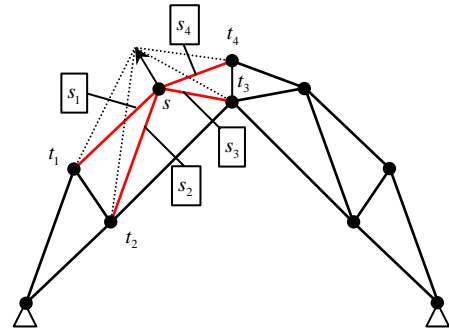


図1 骨組構造における節点移動

図1に示すように s 番目節点の座標が変化すると、 s 番目節点に接続する $s_1 \sim s_4$ 番目の要素のみが変化し、その他の要素は変化しない。したがって、この場合、 s 番目節点の x, y 座標に関する(6)式の感度係数は、(7), (8), (9)式を考慮すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial x_s} &= -\sum_{i=1}^{s_4} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i)}{\partial x_s} \mathbf{d}_i^e \right\} + 2 \sum_{i=1}^{s_4} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{f}_i^e)}{\partial x_s} \right\} \\ \frac{\partial C}{\partial y_s} &= -\sum_{i=1}^{s_4} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i)}{\partial y_s} \mathbf{d}_i^e \right\} + 2 \sum_{i=1}^{s_4} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{f}_i^e)}{\partial y_s} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

ただし、 x_s, y_s は、 s 番目節点の x, y 座標を示す。ここで、(10)式の右辺の括弧内の微分は次式から計算される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i)}{\partial x_s} &= \mathbf{T}_i^T \frac{\partial \mathbf{k}_i^e}{\partial x_s} \mathbf{T}_i + 2\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \frac{\partial \mathbf{T}_i}{\partial x_s} \\ \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i)}{\partial y_s} &= \mathbf{T}_i^T \frac{\partial \mathbf{k}_i^e}{\partial y_s} \mathbf{T}_i + 2\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \frac{\partial \mathbf{T}_i}{\partial y_s} \\ \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{f}_i^e)}{\partial x_s} &= \frac{\partial \mathbf{T}_i^T}{\partial x_s} \mathbf{f}_i^e + \mathbf{T}_i^T \frac{\partial \mathbf{f}_i^e}{\partial x_s} \\ \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{f}_i^e)}{\partial y_s} &= \frac{\partial \mathbf{T}_i^T}{\partial y_s} \mathbf{f}_i^e + \mathbf{T}_i^T \frac{\partial \mathbf{f}_i^e}{\partial y_s} \end{aligned} \quad (11)$$

2.3 2次元骨組の感度係数計算法

次に、2次元骨組について、(10)式の計算法を示す。いま、 i 番目要素の両端の節点番号を s と t とする (図 1 の場合、 $i = s_1 \sim s_4$ 、 $r = 1 \sim 4$)。このとき、 i 番目要素の剛性マトリクス、座標変換マトリクス、節点変位ベクトルは次式となる。

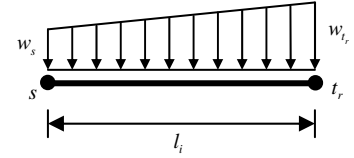


図 2 要素内に作用する分布荷重

$$\mathbf{k}_i^e = \begin{bmatrix} \frac{E_i A_i}{l_i} & & & & & \\ & \frac{12E_i I_i}{l_i^3} & & & & \\ & & \frac{6E_i I_i}{l_i^2} & & & \\ & & & (4E_i I_i)/l_i & & \\ -\frac{E_i A_i}{l_i} & & & & \frac{E_i A_i}{l_i} & \\ & & & & & \frac{12E_i I_i}{l_i^3} \\ & & & & & -\frac{6E_i I_i}{l_i^2} \\ & & & & & & \frac{6E_i I_i}{l_i^2} & & \frac{2E_i I_i}{l_i} & & \\ & & & & & & & -\frac{6E_i I_i}{l_i^2} & \frac{4E_i I_i}{l_i} & & \end{bmatrix} \quad \text{Sym.} \quad (12)$$

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & \sin \alpha_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha_i & \sin \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{d}_i^e = \{u_s, v_s, \theta_s, u_t, v_t, \theta_t\}^T$$

ただし、

$$l_i = \sqrt{(x_t - x_s)^2 + (y_t - y_s)^2}, \quad \cos \alpha_i = \frac{x_t - x_s}{l_i}, \quad \sin \alpha_i = \frac{y_t - y_s}{l_i} \quad (13)$$

ここに、 E_i, A_i, I_i は、 i 番目要素のヤング係数、断面積、断面2次モーメントである。

また、要素内に図 2 に示すような分布荷重が作用する場合の等価節点力ベクトルは次式となる²⁵⁾。

$$\mathbf{f}_i^e = \left\{ 0, \frac{l_i}{20}(7w_s + 3w_t), \frac{l_i^2}{60}(3w_s + 2w_t), 0, \frac{l_i}{20}(3w_s + 7w_t), -\frac{l_i^2}{60}(2w_s + 3w_t) \right\}^T \quad (14)$$

したがって、(10)式を計算するために必要な微分計算は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial l_i}{\partial x_s} &= -\frac{x_t - x_s}{l_i} = -\cos \alpha_i \\ \frac{\partial l_i}{\partial y_s} &= -\frac{y_t - y_s}{l_i} = -\sin \alpha_i \\ \frac{\partial}{\partial x_s} \left(\frac{1}{l_i} \right) &= -\frac{1}{l_i^2} \left(\frac{\partial l_i}{\partial x_s} \right), \quad \frac{\partial}{\partial y_s} \left(\frac{1}{l_i} \right) = -\frac{1}{l_i^2} \left(\frac{\partial l_i}{\partial y_s} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x_s} \left(\frac{1}{l_i^2} \right) &= -\frac{2}{l_i^3} \left(\frac{\partial l_i}{\partial x_s} \right), \quad \frac{\partial}{\partial y_s} \left(\frac{1}{l_i^2} \right) = -\frac{2}{l_i^3} \left(\frac{\partial l_i}{\partial y_s} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x_s} \left(\frac{1}{l_i^3} \right) &= -\frac{3}{l_i^4} \left(\frac{\partial l_i}{\partial x_s} \right), \quad \frac{\partial}{\partial y_s} \left(\frac{1}{l_i^3} \right) = -\frac{3}{l_i^4} \left(\frac{\partial l_i}{\partial y_s} \right) \\ \frac{\partial \cos \alpha_i}{\partial x_s} &= -\frac{x_t - x_s}{l_i^2} \left(\frac{\partial l_i}{\partial x_s} \right) - \frac{1}{l_i}, \quad \frac{\partial \cos \alpha_i}{\partial y_s} = -\frac{x_t - x_s}{l_i^2} \left(\frac{\partial l_i}{\partial y_s} \right) \\ \frac{\partial \sin \alpha_i}{\partial x_s} &= -\frac{y_t - y_s}{l_i^2} \left(\frac{\partial l_i}{\partial x_s} \right), \quad \frac{\partial \sin \alpha_i}{\partial y_s} = -\frac{y_t - y_s}{l_i^2} \left(\frac{\partial l_i}{\partial y_s} \right) - \frac{1}{l_i} \end{aligned} \quad (15)$$

以上の式から(11)式が計算され、これにより(10)式を計算することができる。

一方、要素総長さ L の感度係数は、次式から計算できる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_s} &= \sum_{i=s_1}^{s_4} \left(\frac{\partial l_i}{\partial x_s} \right) = -\sum_{i=1}^4 \left(\frac{x_t - x_s}{l_i} \right) \\ \frac{\partial L}{\partial y_s} &= \sum_{i=s_1}^{s_4} \left(\frac{\partial l_i}{\partial y_s} \right) = -\sum_{i=1}^4 \left(\frac{y_t - y_s}{l_i} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

以上により、(2)式の感度係数を効率よく計算できる。

3. 法による形状最適化

次に、法による形状最適化の方法を示す。

逐次線形計画法では、(2)式をシンプレックス法などの線形計画法 (LP 法) で解き、節点座標の最適増分 $\Delta \mathbf{q}$ を求めるが、法では、まず、目的関数の各節点の x, y 座標に関する感度係数を求め、この感度係数に負号を付けたものを各節点の x, y 方向荷重として加える。そして、線形弾性解析によって各節点の変位を求め、この変位に適切な倍率を掛けたものを節点座標の増分 $\Delta \mathbf{q}$ とする。なお、変位に掛ける倍率は、逐次線形計画法における設計変数増分のムーブリミットと同様の意味を持つ。以上の計算を繰り返し、節点座標の増分がほぼ 0 になる解を最適解とする。なお、本論文では、要素長さの

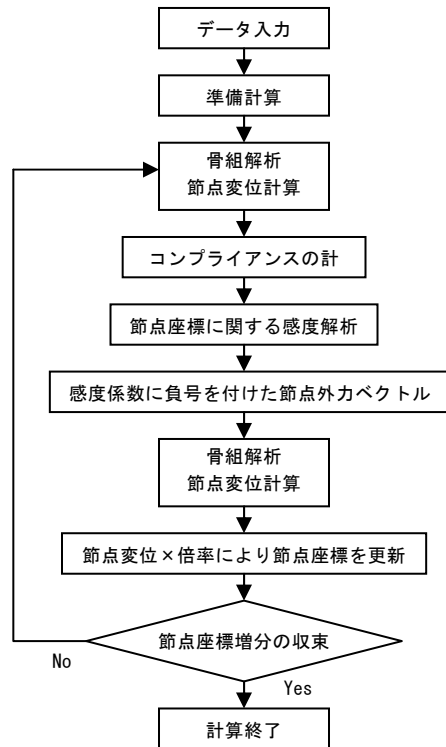


図 3 法の解析フロー

平均値,

$$\bar{l} = \frac{L}{m} = \frac{\sum_{i=1}^m l_i}{m} \quad (17)$$

を基準とし、初期の節点座標増分の最大値（絶対値）が $\alpha\bar{l}$ となるように変更倍率を設定する。また、最適化の総計算ステップ数を N_{op} とすると、 N_{op}/β までは、ムープリミット ($\alpha\bar{l}$) の絞り込みは行わず、それ以降のステップでは $\alpha\bar{l}/\gamma^{(k-N_{op}/\beta)}$ となるよう絞り込みを行う。ただし、 k はステップ数、 γ は 1~1.1 の範囲で与えるものとする。なお、 α, β, γ の適正值は、次章の例題で示す。

図 3 は、力法による解析のフローを示したものである。準備計算としては、各節点に接続する要素数(図 1 の s 番目節点の場合は 4)、要素番号(図 1 の $s_1 \sim s_4$)、各要素の片端の節点番号(図 1 の $t_1 \sim t_4$)を調べておくことと計算効率が向上する。

4. 解析例

4.1 三角形トラス

図 4 は、単純支持された三角形トラスの剛性を最大化（コンプライアンスを最小化）する高さ h （節点 C の y 座標）を求める問題を示す。本問題は静定問題であるため、仮想仕事法によりコンプライアンスおよびその感度係数を陽な式で求めることができる。

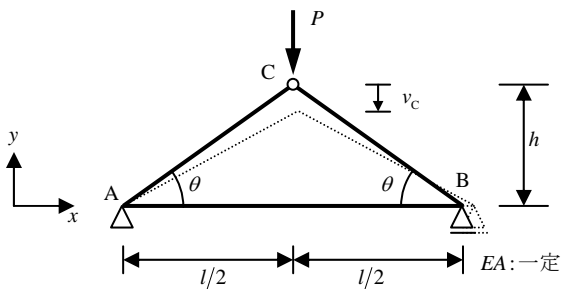


図 4 静定三角形トラスの例題

まず、コンプライアンス C は図 4 に示す表記を用いると次式のようになる。

$$C = -P \cdot v_c = \frac{P^2}{EA h^2} \left(\frac{(h^2 + (l/2)^2)^{3/2}}{2} + \frac{l^3}{16} \right) \quad (18)$$

また、高さ h に関する感度係数は次式となる。

$$\frac{\partial C}{\partial h} = -\frac{P^2}{EA} \left(\frac{(h^2 + (l/2)^2)^{3/2}}{h^3} - \frac{3(h^2 + (l/2)^2)^{1/2}}{2h} + \frac{l^3}{8h^3} \right) \quad (19)$$

Mathematica を用いて、 $\partial C/\partial h = 0$ の解を求めると、 $h = \pm(\sqrt{3}/2)l$ が得られる。すなわち、正解は正三角形となる。

以上の問題を力法と SLP 法で解き、解の収束性を比較する。ただし、ヤング係数 $E = 205000 \text{ N/mm}^2$ 、断面積 $A = 100 \text{ mm}^2$ 、荷重 $P = 1 \text{ N}$ 、長さ $l = 100 \text{ mm}$ とする。

図 5 は、力法と SLP 法の収束解を示したものである。なお、図中には初期形状も示している。図より、どちらの方法も厳密解である正三角形に収束していることがわかる。また、図 6 は、力法と SLP

法のコンプライアンスの収束状況を示したものである。図の横軸は最適化の計算ステップ数、縦軸はコンプライアンスを示す。なお、力法では、 $N_{op} = 50$ 、 $\alpha = 0.2$ 、 $\beta = 10$ 、 $\gamma = 1.005$ としている。

以上より、本論文で示す感度解析法が正しいことが確かめられた。

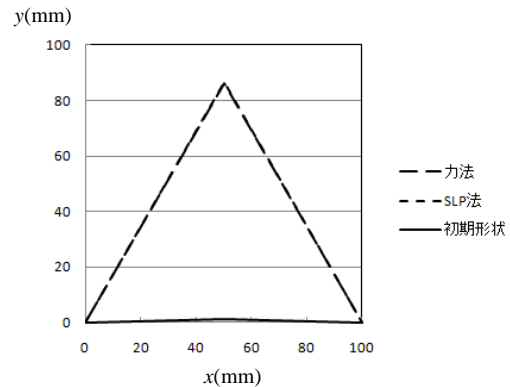


図 5 力法と SLP 法の最適形状

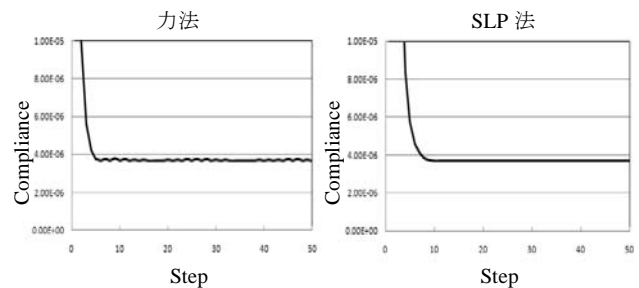


図 6 コンプライアンスの収束状況

4.2 純ラーメン構造ビル

次に、図 7 に示す純ラーメン構造ビルの形状最適化を行う。初期形状の層重量は 1080kN とし、梁に 60kN/m の等分布荷重が加わるものとする。また、水平力は $Z = 1.0$ とした A_i 分布とし、 $C_0 = 0.2$ と $C_0 = 0.5$ の解析を行う。部材は鉄骨とし、梁と柱の断面積、断面 2 次モーメントは $A_b = 46.78 \text{ cm}^2$ 、 $I_b = 7210 \text{ cm}^4$ 、 $A_c = 69.32 \text{ cm}^2$ 、 $I_c = 9890 \text{ cm}^4$ としている。また、解析では、 y 座標は固定し、 x 座標のみを変化させるものとする。また、水平荷重は左右両方向から加えた問題を別々に解き、それぞれのコンプライアンスの和を目的関数とする。なお、本例題の場合、梁の長さの変化により層重量が変化するが、水平荷重は変化しないものとして解析を行っている。

図 8 は、本解析例で、収束に関するパラメータ α, β の適正值を調べたものである。ただし、 N_{op} は 2000、 γ は 1.005 としている。また、図の横軸は最適化計算ステップ数、縦軸は初期形状に対するコンプライアンス比を示している。図より、 α は 0.3~0.5、 β は 3 程度が適正であることがわかる。

図 9 は、 $\alpha = 0.5$ 、 $\beta = 3$ とした場合の収束解を SLP 法の解と比較したものである。図より、本解析法では、SLP 法の解に比較して、ほぼ左右対称で滑らかな解が得られることがわかる。

図 10 は、初期形状と最適形状の曲げモーメント分布を比較したものである。図より、初期形状に比較して、最適形状の曲げモーメントが全体的に小さくなっていることがわかる。

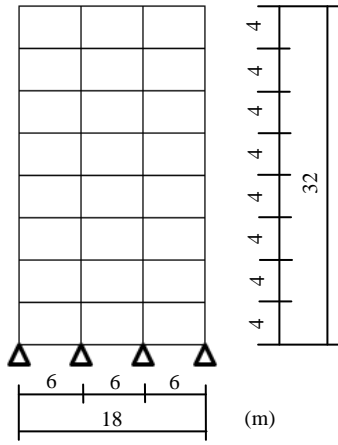


図7 初期形状

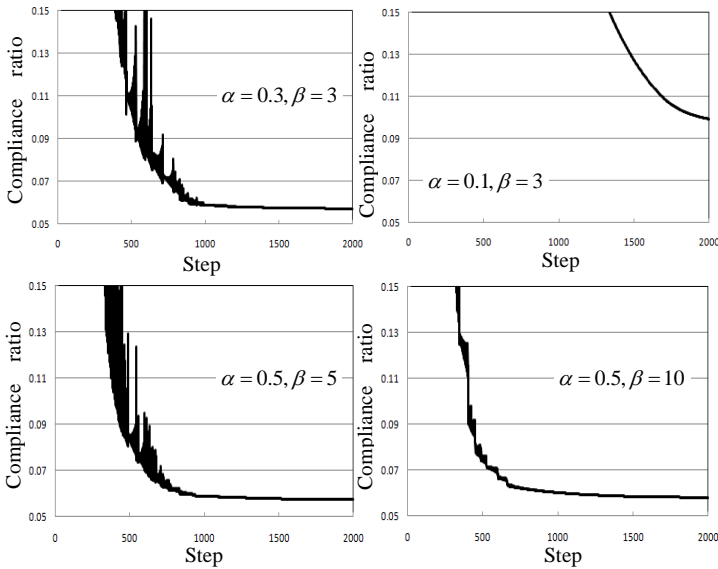
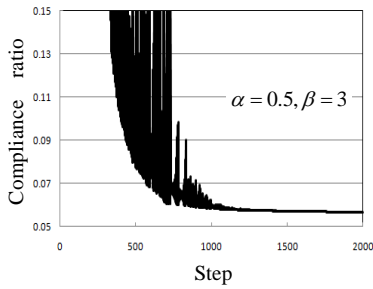


図8 コンプライアンス比の比較

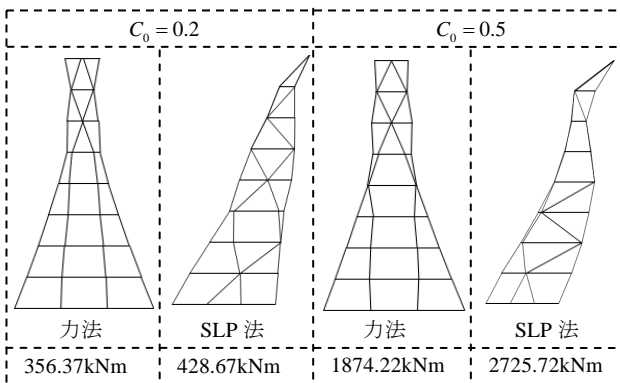
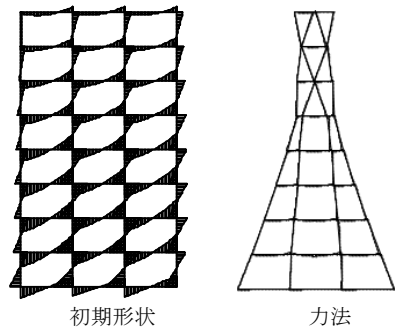
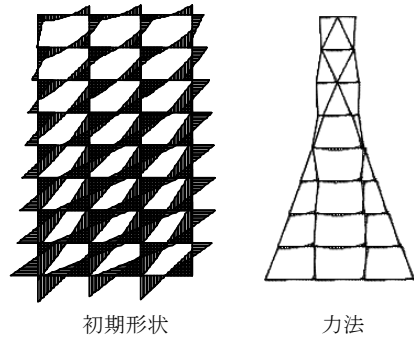


図9 収束解の比較



a) $C_0 = 0.2$



b) $C_0 = 0.5$

図10 曲げモーメントの比較

4.3 トラス構造タワー

次に、図11に示すトラス構造タワーの形状最適化を行う。初期形状の層重量は800kNとし、荷重は、各節点に等価節点力として加えるものとする。また、水平力は $Z=1.0$ とした A_i 分布とし、 $C_0=0.5$ とする。部材はすべて均一断面の鉄骨とし、断面積は $A=75.41\text{cm}^2$ 、断面2次モーメントは0とする。その他の条件は4.2節の例題と同じである。ただし、この場合、層重量は一定となる。

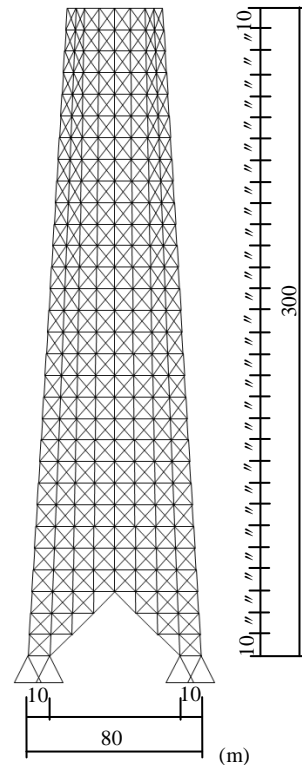


図11 初期形状

図 12 は、力法と SLP 法の収束解を示す。ただし、力法の解析パラメータは $N_{op}=2000$, $\alpha=0.5$, $\beta=3$, $\gamma=1.005$ としている。図より、本例題に関しても、力法の解は、SLP 法に比較して、内部構造にいたるまで、整然とした形状となっていることがわかる。

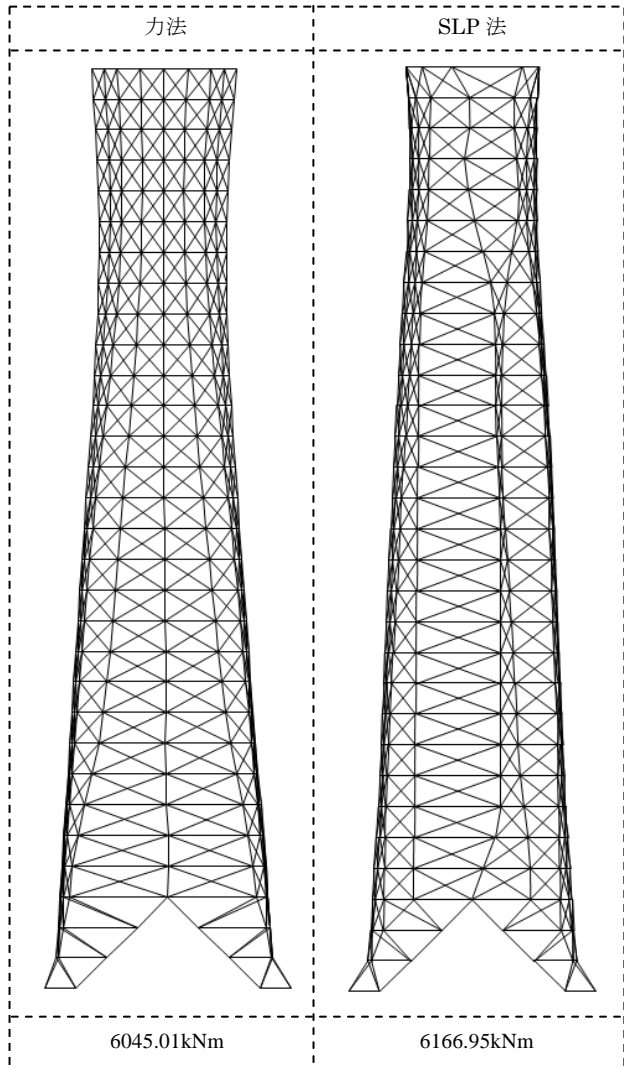


図 12 収束解の比較

5. 結言

本論文では、畔上らによって提案された力法を、建築骨組の形状最適化問題に適用する方法を示した。また、目的関数（コンプライアンス）の感度解析法は、位相最適化手法等で一般的に用いられている方法を採用し、2次元骨組を例に詳細な計算法を示した。

まず、簡単な例題による厳密解との比較により、提案手法が厳密解に収束することを確かめ、感度解析法が正しいことを示した。次に、純ラーメン構造ビルとトラス構造タワーの形状最適化例により、提案手法の有効性を検討した。その結果、力法では、SLP 法に比較して内部構造にいたるまで非常に滑らかな形状が得られ、設計者が骨組構造の形態創生を行う場合、より有効な手法であることが確かめられた。

参考文献

- 1) 浜田英明, 大森博司: 設計者の選好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案—その1—多目的遺伝的アルゴリズムによる発見的方法, 日本建築学会構造系論文集, 第 609 号, pp.105-111, 2006.11
- 2) 浜田英明, 大森博司: 設計者の選好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案—その2—最適性条件による理論的解法, 日本建築学会構造系論文集, 第 618 号, pp.143-150, 2007.8
- 3) 藤田慎之輔, 大崎 純: ひずみエネルギーとパラメトリック曲面の代数不変量を考慮したシェルの形状最適化, 日本建築学会構造系論文集, 第 639 号, pp.857-863, 2009.5
- 4) 木村俊明, 大森博司: 形状と厚さの同時最適化法の定式化とその応用—自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案(その1)—, 日本建築学会構造系論文集, 第 640 号, pp.1091-1098, 2009.6
- 5) 木村俊明, 大森博司: 形状と厚さの同時最適化法の構造位相決定問題への応用—自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案(その2)—, 日本建築学会構造系論文集, 第 648 号, pp.367-376, 2010.2
- 6) 大森博司, 山本憲司: 応力分布を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究—その1—シェル構造への適用, 日本建築学会構造系論文集, 第 496 号, pp.67-73, 1997.6
- 7) 大森博司, 山本憲司: 応力分布を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究—その2—スペースフレームへの適用, 日本建築学会構造系論文集, 第 503 号, pp.77-83, 1998.1
- 8) 山本憲司, 皆川洋一, 大森博司: 座屈荷重を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第 564 号, pp.95-102, 2003.2
- 9) 山本憲司, 皆川洋一, 大森博司: 剛性行列のブロック対角化を利用した線形座屈荷重を目的関数とする単層トラスドームの形状最適化, 日本建築学会構造系論文集, 第 578 号, pp.51-58, 2004.4
- 10) 小河利行, 大崎 純, 立石理恵: 座屈荷重最大化と部材長一様化を目的とした単層ラチスシェルの形状最適化, 日本建築学会構造系論文集, 第 570 号, pp.129-136, 2003.8
- 11) Ohsaki, M., Nakamura, T. and Kohiyama, M.: Shape optimization of a double-layer space truss described by a parametric surface, *Int. J. Space Structures*, Vol. 12(2), pp.109-119, 1997
- 12) Ohsaki, M., Nakamura, T. and Isshiki, Y.: Shape-size optimization of plane trusses with designer's preference, *J. Struct. Engineering, ASCE*, Vol.124, pp.1323-1330, 1998
- 13) 佐々木睦朗: FLUX STRUCTURE; フラックスストラクチャー, TOTO 出版, 2005.6
- 14) 畔上秀幸: 形状最適化問題の解法, *計算工学*, Vol.2, No.4, pp.27-35, 1997
- 15) Zienkiewicz, O.C. and Campbell, J.S.: Shape optimization and sequential linear programming, *Optimum Structural Design Theory and Applications*, edited by Gallager, R.H. and Zienkiewicz, O.C., John Wiley & Sons, London, pp.109-126, 1973
- 16) Iman, M.H.: Three-dimensional Shape Optimization, *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol.18, pp.661-673, 1982
- 17) Braibant, V. and Fleury, C.: Shape optimal design using B-splines, *Comput. Methods Appl. Mech. Engng.*, Vol.44, pp.247-267, 1984
- 18) Braibant, V. and Fleury, C.: An approximation concepts approach to shape optimal design, *Comput. Methods Appl. Mech. Engng.*, Vol.53, pp.119-148, 1985
- 19) Belegundu, A.D. and Rajan, S.D.: A shape optimization approach based on natural design variables and shape functions, *Comput. Methods Appl. Mech. Engng.*, Vol. 66, pp.87-106, 1988
- 20) Raasch, I., Chargin, M.S. and Bruns, R.: Optimierung von pkwbauteilen in bezug auf form und dimensionierung, *VDI Berichte*, Nr. 699, pp.713-748, 1988
- 21) Vanderplaats, G.N. and Miura, H.: GENESYS-structural synthesis software using advanced approximation techniques, *AIAA Report*, 92-4839-CP, pp.180-190, 1992
- 22) 畔上秀幸: 領域最適化問題の一解法, 日本機械学会論文集, A 編, 60 巻, pp.1479-1486, 1994.6
- 23) 下田昌利, 呉志強, 畔上秀幸, 桜井俊明: 汎用 FEM コードを利用した領域最適化問題の数値解析法(力法によるアプローチ), 日本機械学会論文集, A 編, 60 巻, pp.2418-2425, 1994.10
- 24) 畔上秀幸: 線形弾性問題における領域最適化解析(力法によるアプローチ), 日本機械学会, A 編, 60 巻, pp.2312-2318, 1994
- 25) 例えば, 藤井大地: Excel で解く構造力学, 丸善, 2003.8
- 26) 例えば, 藤井大地: 建築デザインと最適構造, 丸善, 2008.10
- 27) Fish, J. and Belytschko, T.; 山田貴博監訳: 有限要素法, 丸善, 2008.12