

28. 法を用いた骨組構造の形状最適化に関する研究

0810920050 炭本洋
指導教員 藤井大地 教授

形状最適化, 法, 感度解析, 逐次線形計画法, 凸線形化法, 骨組構造

1. はじめに

近年, 構造解析及び施工技術の発達により, 幾何学的な形態にとらわれないより不定形で自由な形態の建築物が建築されるようになってきている. また意匠設計者の求める恣意的な形態に対して, 形状最適化手法を適応して形状修正を行う方法が発達している.

形状最適化技術は, これまで有限要素法を用いた様々な手法が提案されてきた¹⁾. 有限要素法による形状最適化手法として最も原始的な方法は, 境界節点座標を設計変数とする最適化問題を数理的に解く方法²⁾であるが, この方法では, 形状を記述する自由度(設計変数)を有限要素モデルの自由度よりも少なく制限しないと境界形状が波打つなどの問題が生じる³⁾. これに対して, 畔上, 下田ら^{4), 5)}は, 形状の自由度を制限せずに形状最適化を行う方法を提案した. この方法は, 目的関数の節点座標に関する感度係数に符号を付けた値を節点荷重として加え, その時の変形にしたがって形状を変形していく方法で, 法(Traction method)と呼ばれている. この方法では, 境界形状の波打ち現象が生じないことが証明されている.

本研究では畔上らによって提案された方法を建築骨組の形状最適化問題に適用する方法を示す. また目的関数をコンプライアンスとし, 位相最適化手法等で一般的に用いられている感度解析法を採用する⁶⁾.

また, 法による形状最適化手法と SLP 法(逐次線形計画法)および CONLIN 法(凸線形化法)による同様の手法との比較により, その有効性を検討する.

2. 法による形状最適化

本論文では, 2 次元骨組の形状最適化問題として, 以下のような問題を考える.

目的関数

$$C(\mathbf{q}) = \mathbf{f}^T \mathbf{d} = \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d}$$

を最小にする節点座標

$$\mathbf{q} = \{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_i, y_i, \dots, x_n, y_n\}$$

を求める.

ただし, 要素総長さの制約条件

$$L = \sum_{i=1}^m l_i \leq L^U$$

を満足するものとする.

(1)

ここに, c はコンプライアンス, \mathbf{f} は節点外力ベクトル,

\mathbf{d} は節点変位ベクトル, \mathbf{K} は全体剛性マトリクス, x_i, y_i は i 番目節点の座標値, L は要素の総長さ, l_i は i 番目要素の長さ, L^U は要素総長さの制約値, n は座標変更を行う節点数, m は要素数である.

法では, まず, 目的関数の各節点の x, y 座標に関する感度係数を求め, この感度係数に負号を付けたものを各節点の x, y 方向荷重として加える. そして, 線形弾性解析によって各節点の変位を求め, この変位に適当な倍率を掛けたものを節点座標の増分 Δq とする. 以上の計算を繰り返し, 節点座標の増分がほぼ 0 になる解を最適解とする. なお, 本論文では, 要素長さの平均値,

$$\bar{l} = \frac{L}{m} = \frac{\sum_{i=1}^m l_i}{m} \quad (2)$$

を基準とし, 初期(第 1 ステップ)の節点座標増分の最大値(絶対値)が $\alpha \bar{l}$ となるように変更倍率を設定する. また, 最適化の総計算ステップ数を N_{op} とすると, N_{op}/β までは, 変更倍率 ($\alpha \bar{l}$) の絞り込みは行わず, それ以降のステップでは $\alpha \bar{l} / \gamma^{(k-N_{op}/\beta)}$ となるよう絞り込みを行う. ただし, k はステップ数, γ は 1~1.1 の範囲で与えるものとする. なお, 本論文では, α はデータとして与え, $\beta=3, \gamma=1.01$ としている.

図 2 は, 法による解析のフローを示したものである.

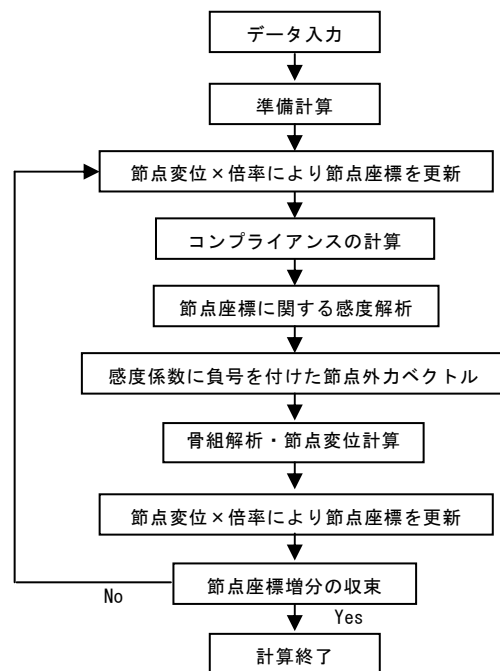


図 1 法の解析フロー

本論文では、設計者の意図を反映させるため、(1)式の要素長さの制約条件を、要素長さとその制約値の比の分散値を目的関数に加え、(1)式を(3)式の問題に変換し、これを最小化することによって満足させている。

目的関数

$$P(\mathbf{q}) = C^{(k)} + wC^{(0)} \left(\frac{L^{(k)}}{L^U} - 1 \right)^2$$

if $\frac{L^{(k)}}{L^U} \leq 1$ then $w = 0$

を最小にする節点座標

$$\mathbf{q} = \{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_i, y_i, \dots, x_n, y_n\}$$

を求める。

ただし、 $L^{(k)}$ 、 L^U の計算に使用される要素は任意

ここに、 w は重み係数、 $C^{(0)}$ は初期コンプライアンス、 $C^{(k)}$ 、 $L^{(k)}$ は繰り返し回数が k ステップ時のコンプライアンスと要素総長さである。本論文では、 w はデータとして与えている。

(3)式を目的関数とした時の s 番目節点座標に関する感度係数は、次式となる。

$$\frac{\partial P}{\partial x_s} = -\sum_{i=s_1}^{s_n} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i)}{\partial x_s} \mathbf{d}_i^e \right\} + 2 \sum_{i=s_1}^{s_n} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \hat{\mathbf{f}}_i^e)}{\partial x_s} \right\} - 2 \frac{wC_0}{L^U} \left(\frac{L^{(k)}}{L^U} - 1 \right) \left\{ \sum_{r=1}^n \left(\frac{x_{i_r} - x_s}{l_i} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y_s} = -\sum_{i=s_1}^{s_n} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i)}{\partial y_s} \mathbf{d}_i^e \right\} + 2 \sum_{i=s_1}^{s_n} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \hat{\mathbf{f}}_i^e)}{\partial y_s} \right\} - 2 \frac{wC_0}{L^U} \left(\frac{L^{(k)}}{L^U} - 1 \right) \left\{ \sum_{r=1}^n \left(\frac{y_{i_r} - y_s}{l_i} \right) \right\}$$

ここに、 \mathbf{T}_i は i 番目要素の座標変換マトリクス、 \mathbf{k}_i^e は i 番目要素の要素固有の座標系における要素剛性マトリクスを表す。 n は節点を共有する要素数、 x_s, y_s は s 番目節点の x, y 座標を示す。

3. 解析例

岐阜県各務市の市営斎場「瞑想の森」の断面図を元に解析モデルを作成し、様々な条件で形状最適化を行う。瞑想の森は単層の RC 造であるが、ここでは S 造として計算している。図 2 屋根のすべての節点が y 方向に移動可能としている。

図 3 は、力法、SLP 法、CONLIN 法の解析結果を示している。ただし、要素総長さ制約値は $L^U = 1.1L^{(0)}$ で、全要素を計算に利用し、最適化の繰り返し計算回数は 100 回としている。また、力法の初期変更倍率係数 α は 1、重み係数 w は 1 としている。力法のコンプライアンスは SLP 法、CONLIN 法ほど小さくなってはいないが、凹凸がなく、梁せいが大きくなり、アーチ形状となり、現

存する「瞑想の森」と似たような形状になり、設計者の意図を反映した形状修正を行うことができたと言える。

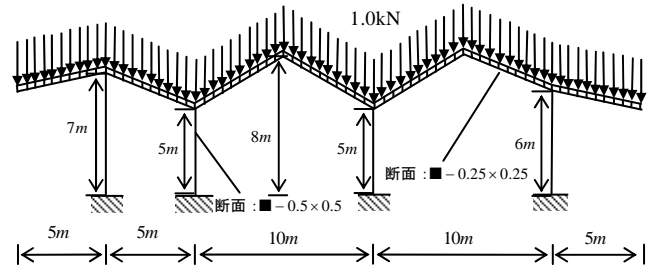
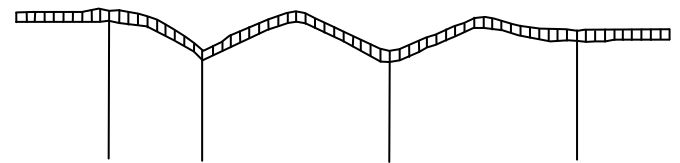
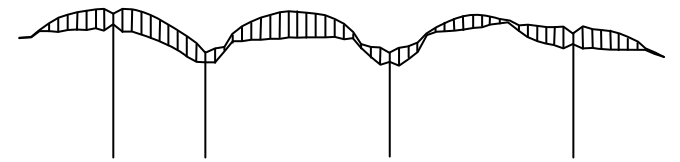


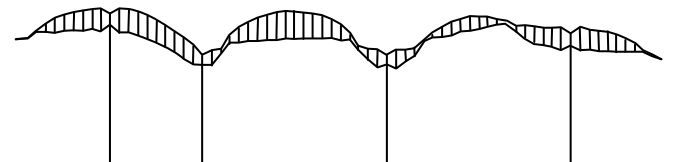
図 2 解析モデルの初期形状



(a) 力法 $C_r = 0.851, L_r = 0.99$



(b) SLP法 $C_r = 0.592, L_r = 1.10$



(c) CONLIN法 $C_r = 0.590, L_r = 1.10$

図 3 解析結果の比較

4. まとめ

本論文では、畔上らによって提案された力法を、建築骨組の形状最適化問題に適用する方法を示した。そして、瞑想の森の解析例によって、意匠設計者の求める恣意的な骨組構造の形態に対して、形状修正を行う方法として、SLP 法、CONLIN 法よりも有効であることを示した。

参考文献

- 1) 畔上秀幸：形状最適化問題の解法，計算工学，Vol.2, No.4, pp.27-35, 1997
- 2) Zienkiewicz, O.C. and Campbell, J.S. : Shape optimization and sequential linear programming, *Optimum Structural Design Theory and Applications*, edited by Gallager, R.H. and Zienkiewicz, O.C., John Wiley & Sons, London, pp.109-126, 1973
- 3) Iman, M.H. : Three-dimensional Shape Optimization, *Int. J. Num. Meth. Engrg.*, Vol.18, pp.661-673, 1982
- 4) 畔上秀幸：領域最適化問題の一解法，日本機械学会論文集，A 編，60 巻，pp.1479-1486, 1994.6
- 5) 下田昌利，吳志強，畔上秀幸，桜井俊明：汎用 FEM コードを利用した領域最適化問題の数値解析法（力法によるアプローチ），日本機械学会論文集，A 編，60 巻，pp.2418-2425, 1994.10
- 6) 佐治和哉：力法による骨組構造の形状最適化