

12. 法を用いた 3 次元骨組タワーの形状最適化に関する研究

1010920052 菅大地
指導教員 藤井大地 教授

形状最適化 手法 感度解析 骨組構造

1. はじめに

近年、構造解析および施工技術の発達により、幾何学的な形態にとらわれないより不定形で自由な形態の建築物が建築されるようになってきている。また、タワーでは東京スカイツリー等、意匠的にも構造的にも優れたタワーが設計、建設されている。

一方、形状最適化技術は、これまで有限要素法を用いたものが数多く提案されてきた¹⁾。その中でも、畔上、下田²⁾³⁾らの提案した手法 (Traction method) は、弾性変形にしたがって形状を変更しているため、メッシュのゆがみが生じにくいというメリットがある。

一方、藤井、垣田⁴⁾らは、この手法を建築骨組の形状最適化問題に適用する方法を示した。そして、手法はどのような骨組構造に対しても、意匠設計者の意図を反映した形状修正を行うことができることを検証した。また藤井らの示した方法は、3 次元骨組シェル構造や地震力を受けるビルの形状最適化にも応用されており、その有効性が示されている。

本研究では、これまでの研究をさらに発展させ、タワーの形状最適化を試みる。この内、川口衛構造設計事務所によって設計された天津タワーは、日本建築学会の構造設計・解析の最適化理論応用小委員会に、最適形状を求める課題として提示されたものである。本研究においては、この天津タワーをベースにしたモデルだけではなく、類似のタワーモデルについても最適形状を求め、地震荷重や風荷重、あるいは解析条件の設定等で、タワーの最適形状がどのようなものになるか検討を行う。

2. 手法による形状最適化

本論文では、3 次元骨組の形状最適化問題として、以下のような問題を考える。

目的関数

$$f_{obj}^{(k)}(\mathbf{q}) = C^{(k)} + w_1 C_0 \left(\frac{L^{(k)}}{L^{\max}} - 1 \right)^2 + w_2 C_0 \left(\frac{L^{\min}}{L^{(k)}} - 1 \right)^2$$

if $\frac{L^{(k)}}{L^{\max}} \leq 1$ then $w_1 = 0$

if $\frac{L^{\min}}{L^{(k)}} \leq 1$ then $w_2 = 0$

を最小にする節点座標

$$\mathbf{q} = \{x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_i, y_i, z_i, \dots, x_n, y_n, z_n\}$$

を求める。

ただし、 $L^{(k)}$ の計算に使用される要素は任意

(1)

ここに、 $C^{(0)}$ は初期形状のコンプライアンス、 L^{\max} 、 L^{\min} は要素総長さの上限値と下限値、 w_1 、 w_2 は上限値、下限値に関する重み係数、 x_i, y_i, z_i は i 番目節点の座標値である。なお、本論文では、 w_1 、 w_2 は入力データとして与えている。

手法では、まず、目的関数の各節点の x, y, z 座標に関する感度係数を求め、この感度係数に負号を付けたものを各節点の x, y, z 方向荷重として加える。そして、各節点の変位を求め、この変位に適当な倍率を掛けたものを節点座標の増分 $\Delta \mathbf{q}$ とする。なお、以上の計算を繰り返して、節点座標の増分がほぼ 0 になる解を最適解とする。なお、本論文では、要素長さの平均値、

$$\bar{l} = \frac{L}{m} = \sum_{i=1}^m l_i / m \quad (2)$$

を基準とし、初期 (第 1 ステップ) の節点座標増分の最大値 (絶対値) が $\alpha \bar{l}$ となるように変更倍率を設定する。また、最適化の総計算ステップ数を N_{op} とすると、 N_{op} / β までは、変更倍率 ($\alpha \bar{l}$) の絞り込みは行わず、それ以降のステップでは $\alpha \bar{l} / \gamma^{(k-N_{op}/\beta)}$ となるよう絞り込みを行う。ただし、 k はステップ数、 γ は 1~1.1 の範囲で与えるものとする。なお、本論文では、 α はデータとして与え、 $\beta=3$ 、 $\gamma=1.01$ としている。

3. 感度解析法

コンプライアンス C の節点座標に関する微分 (感度係数) は次式で示される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial x_s} &= - \sum_{i=s_1}^{s_2} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i)}{\partial x_s} \mathbf{d}_i^e \right\} \\ \frac{\partial C}{\partial y_s} &= - \sum_{i=s_1}^{s_2} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i)}{\partial y_s} \mathbf{d}_i^e \right\} \\ \frac{\partial C}{\partial z_s} &= - \sum_{i=s_1}^{s_2} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i)}{\partial z_s} \mathbf{d}_i^e \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

ただし、 x_s, y_s, z_s は、 s 番目節点の x, y, z 座標を示す。

4. 解析例

4.1 正六角タワーの解析

図 1 の解析モデルは、正六角タワーの解析モデルである。図に示すように、6 点を固定支持とし、各層の節点に地震荷重、風荷重、鉛直荷重をそれぞれ加えている。部材断面は全て断面積は $A=3.24m^2$ とし、ヤング係数は

$E = 2.05 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ とする. また, ポアソン比は 0.3 としている.

図 2 は解析結果を示す. ただし, ここでは支持点以外の全節点の x, y 方向座標を設計変数とし, 要素総長さ制約値を $L^{\min} = 0.9L^{(0)}$, $L^{\max} = 1.2L^{(0)}$, 最適化の繰り返し計算回数を 1000 回としている. また, 力法の初期変更倍率係数 α は 0.001, 重み係数 w は 0.1 としている. 図中の C_r は収束解と初期形状のコンプライアンスの比を示し, L_r は収束解と初期形状の要素総長さの比を示す. 図より, 地震力, 風圧力ではほぼ同様な形状となり, 下部は細く変化し上部にかけ収束している. また, 鉛直荷重では荷重を加えた節点が, 要素が交わっている点の高さへ近づき, 形状が変化した.

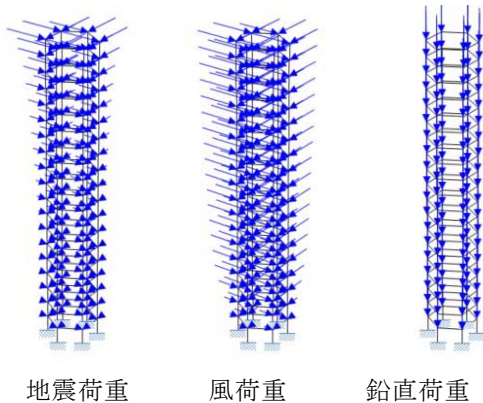


図 1 解析モデル (初期形状)

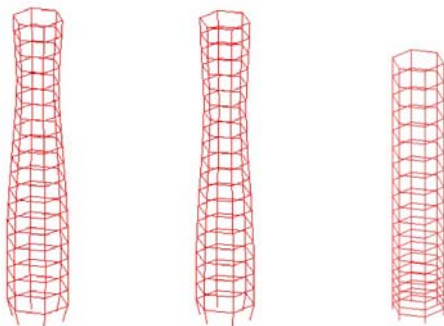


図 2 解析結果

4.2 天津タワーの解析

図 3 の解析モデルは, 天津タワーを基に作成した解析モデルである. 図に示すように, 6 点を固定支持とし, 各層の節点に地震荷重, 風荷重, 鉛直荷重をそれぞれ加えている. 部材断面は全て断面積 $A = 3.24 \text{ m}^2$ とし, ヤング係数は $E = 2.05 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ とする. また, ポアソン比は 0.3 としている.

図 4 は解析結果を示す. ただし, ここでは支持点以外の全節点の x, y 方向座標を設計変数とし, 要素総長さ制約値を $L^{\min} = 0.9L^{(0)}$, $L^{\max} = 1.2L^{(0)}$, 最適化の繰り返し計算回数を 1000 回としている. また, 力法の初期変更倍率係数 α は 0.001, 重み係数 w は 0.1 としている. 図中の C_r

は収束解と初期形状のコンプライアンスの比を示し, L_r は収束解と初期形状の要素総長さの比を示す. 図より, 地震力, 風圧力ではほぼ同様な形状となり, 下部は細く変化し上部にかけ収束している. また, 鉛直荷重では荷重を加えた節点が, 要素が交わっている点の高さへ近づき, 形状が変化した.

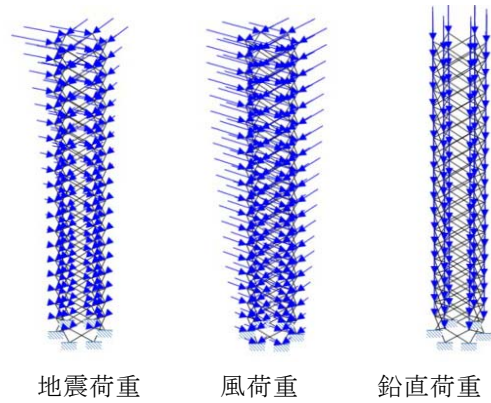


図 3 解析モデル (初期形状)

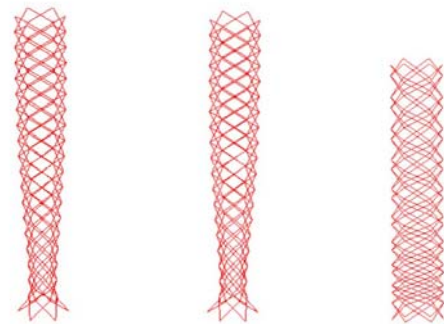


図 4 解析結果

5. 結論

本論文では, 水平荷重, 鉛直荷重に適応する形状最適化問題に適用する方法を示し, その有効性を検討した. その結果, 本方法では, タワーの形状最適化問題で水平荷重である地震力, 風圧力では同様な形状が求まり, 正六角タワーでは下部が太く, 天津タワーでは下部が細くなる結果が得られた.

参考文献

- 1) 畔上秀幸: 形状最適化問題の解法, 計算工学, Vol.2, No.4, pp.27-35, 1997
- 2) 下田昌利, 吳志強, 畔上秀幸, 桜井俊明: 汎用 FEM コードを利用した領域最適化問題の数値解析法, 日本機械学会論文集, A 編, 60 巻, pp.2418-2425, 1994.10
- 3) 畔上秀幸: 線形弾性問題における領域最適化解析, 日本機械学会, A 編, 60 巻, pp.2312-2318, 1994
- 4) 藤井大地, 垣田仁: 力法による骨組構造の形状最適化, 日本建築学会構造系論文集, 第 77 巻, 第 682 号, pp.1881-1886, 2012.12