14.　CA-ESO 法を用いた 3 次元建築構造の形態創生に関する研究

0910920133　　井上明香
指導教員　　藤井大地　教授

位相最適化　CA-ESO 法　ボクセル有限要素法　3 次元構造　構造形態創生

1. はじめに

近年, 解析技術や生産・製造技術等の発達により, 様々な形態の建築物が造られるようになってきている. また, 3D プリンタの普及により, より軽量で剛性の高い 3 次元構造形態を創生する技術の必要性が高まっている．位相最適化手法は，このようなニーズに応えうる形態創生手法の一つである.

位相最適化手法は，大きく数理計画法にもとづく方法と発見的手法にもとづく方法の 2 種に分類されるが，発見的手法である CA-ESO 法は 2 次元の剛性最大化問題において，数理計画法にもとづく SIMP 法と同等以上の性能を有することが示された [1]．また，本方法は SIMP 法と比較して，除去要素の密度を残す必要がないため，特に 3 次元問題では，計算効率を格段に上げられる可能性がある．そこで本論文では，文献 1)で提案した CA-ESO 法とボクセル（voxel）有限要素法を組み合わせた 3 次元構造物の位相最適化手法を提案し，数理計画法にもとづく SIMP 法 [2),3)] と比較することにより，3 次元問題における CA-ESO 法の有効性を検討する.

2. CA-ESO 法による 3 次元構造の位相最適化

CA-ESO 法では，要素除去に関しては，拡張 ESO 法のルールを用いる．拡張 ESO 法では，各要素の Von Mises 応力を要素除去に関する指標とし，この応力が閾値以下になると要素が除去される．すなわち，

$$\rho_i = 0 \quad \text{if} \quad \sigma_i^{VM} < X_{cr} \qquad ; i = 1, \cdots, N_L \tag{1}$$

ここに， N_L は残存要素数， ρ_i は i 番目要素の材料密度， σ_i^{VM} は i 番目要素の Von Mises 応力

$$\sigma^{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}\left\{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + \left(\sigma_z - \sigma_x\right)^2 + 6\left(\tau_{xy}{}^2 + \tau_{yz}{}^2 + \tau_{zx}{}^2\right)\right\}}$$

である．また, (1)式の X_{cr} は閾値で, 次式で定義される.

$$X_{cr} = \sigma_m - \eta \cdot \phi \tag{2}$$

ただし， σ_m と ϕ は残存要素の Von Mises 応力の平均値と偏差平均であり，次式から計算される.

$$\sigma_m = \frac{1}{N_L}\sum_{i=1}^{N_L}\sigma_i^{VM} \qquad \phi = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_L}\left(\sigma_i^{VM} - \sigma_m\right)^2 \Big/ N_L} \tag{3}$$

ここに, η は要素の除去量を制御する制御変数であり, η が大きいと要素が除去されにくく， η が小さいと除去されやすくなる.

次に，要素の生成は CA 法のルールに基づいて行う．本研究では， i 番目要素のノイマン近傍要素（面を共有する要素）に対して，次式の簡単なルールを採用する.

$$\rho_j = 1 \quad \text{if} \quad \sigma_i^{VM} \geq \sigma_m^{CA} \qquad ; j = 1, \cdots, n_i \tag{4}$$

ただし，σ_m^{CA} は残存要素の応力平均値で(3)式の σ_m と同様に計算される．また，s_{ij} n_i は面を共有する要素数である.

2.1　CA-ESO 法の計算フロー

図 1 は CA-ESO 法の計算フローを示したものである．図に示すように，本方法では，総密度 $m\left(=N_L\right)$ が与えた制約値 $\bar{m}$ より大きい場合は ESO 法による要素除去を行い, 小さい場合は CA 法による要素生成を行う. そして, 各ステップで制約条件を $0.95 < m/\bar{m} < 1.0$ の範囲で満たし，(2)式の σ_m と ϕ/σ_m が共に小さくなる解，すなわち次式の値が最小となる解を最適解として保存する.

$$f_{obj} = \sqrt{\left(\sigma_m/\sigma_m^0\right)^2 + \left\{\left(\phi/\sigma_m\right)/\left(\phi/\sigma_m\right)^0\right\}^2} \tag{5}$$

ただし， σ_m^0 および $\left(\phi/\sigma_m\right)^0$ は初期構造（0 step）の値.

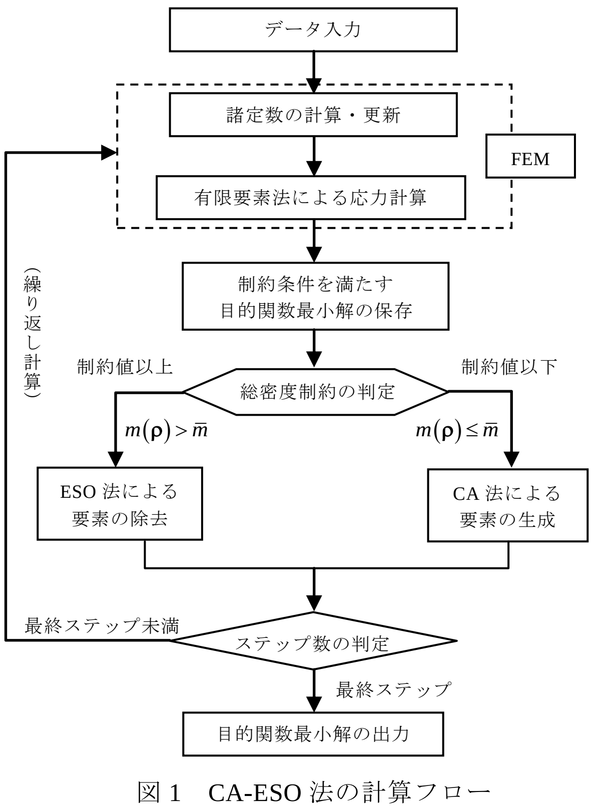


図 1　CA-ESO 法の計算フロー

3. 解析例

3.1　基本的な例題

まず，片持梁例題の解析を行う．図 2 は，設計領域および荷重条件・境界条件を示す．ただし，長さ L，幅 B,

Study on topology optimization 3D structures using CA-ESO method and voxel finite element method

INOUE Haruka

構造解析研究室

高さ H の比は 1.6：0.4：1 とし，設計領域の要素分割数は 80×20×50 としている．また，応力集中を防ぐため，荷重は 9 節点に均等に与えている．また，総密度制約値 $\bar{m}/m^0$ は 0.2，最適化ステップ数は 50 とした．

図 3 は，各ステップの総密度比と(5)式の目的関数の推移を示したものである．ただし，(2)式の η は 0.7 としている．また，図 4 は，CA-ESO 法の解と SIMP 法の解を比較したものである．

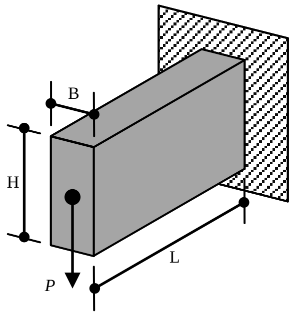


図 2　解析例 1

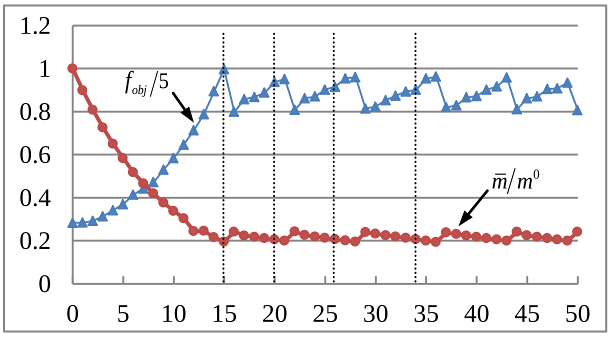
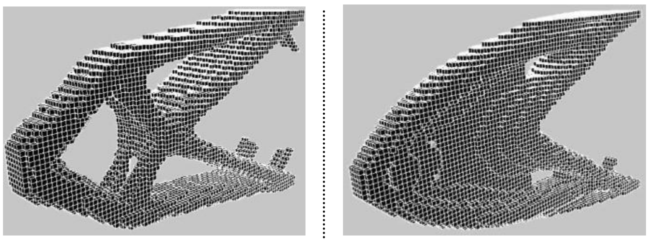


図 3　各ステップにおける総密度比（$\bar{m}/m^0$）と目的関数 f_{obj} の推移



CA-ESO法($\eta = 0.7$)
$C/C^0 = 3.02$

SIMP法($w = 2$)
$C/C^0 = 3.45$

図 4　CA-ESO 法と SIMP 法の解の比較

3.2　建築的な例題

次に応用例として，イタリアフィレンツェ新駅コンペ案の構造形状決定に用いられた解析例を取り上げる．図5は，この解析例の条件をもとに作成した設計領域である．解析は対称性を利用して1/4領域で行い，要素分割数は150×42×30の189000要素としている．ただし，長手方向中央の高さ6mの空間と短手方向中央の2m×6mのスリット（通路）は密度0に固定し，また，分布荷重が加わる上面一層は密度1に固定する．また，総密度制約値は0.1，最適化ステップ数は100とし，支持点は応力集中を避けるため9節点の正方形領域で固定する．

図6はCA-ESO法とSIMP法の全領域の透視図とコンプライアンス比を比較したものである．

また最後に，表 1 に各例題の解析時間の比較を示す．

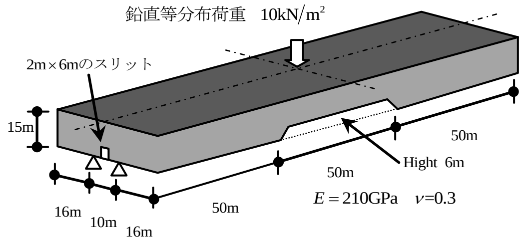
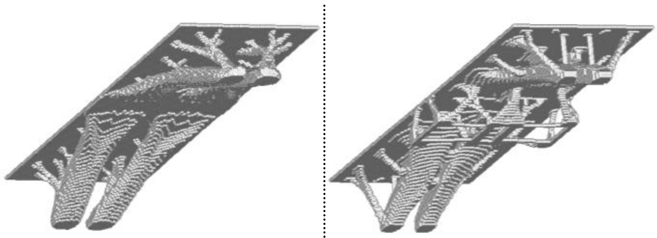


図 5　解析例 2



CA-ESO法（全体表示）
$\eta = 0.3$
$C/C^0 = 2.55$

SIMP法（全体表示）
$w = 1.0$
$C/C^0 = 2.78$

図 6　 CA-ESO 法と SIMP 法の解の比較

表 1　解析時間の比較

	CA-ESO 法	SIMP 法
解析例 1	10 分	16 分
解析例 2	4 時間 51 分	6 時間 52 分

解析例 1:Intel® Core™2 Duo CPU@2.40GHz
解析例 2:Intel® Core™i5 CPU@3.47GHz

4. まとめ

本論文では，発見的手法である CA-ESO 法とボクセル有限要素法を組み合わせた 3 次元構造物の位相最適化手法を提案し，SIMP 法とボクセル有限要素法を組み合わせた 3 次元構造物の位相最適化手法と比較することによりその有効性を検討した．その結果，本論文で提案した手法は，解の内部構造が骨組的な構造となりやすく，CA-ESO 法の解と SIMP 法の解を比較して，いずれの場合も計算時間を短縮でき，コンプライアンス比が小さく剛性の高い解が得られることがわかった．今後，3D プリンタと同様の生産技術が発達すれば，このような形態創生技術で生成した形態を忠実に再現することも可能になると考えられる．

参考文献

1) 藤井大地，真鍋匡利：CA-ESO法による構造物の位相最適化，日本建築学会構造系論文集，Vol.78，第691号，2013.9

2) 藤井大地，鈴木克幸，大坪英臣：ボクセル有限要素法を用いた構造物の位相最適化，日本計算工学会論文集，Vol.2，pp.87-94，2000

3) 藤井大地：パソコンで解く構造デザイン，丸善，2002