

15. CA-ESO 法を用いた 3 次元建築構造の形態創生の応用に関する研究

101092053 高田真光  
指導教員 藤井大地 教授

位相最適化 CA-ESO 法 構造形態創生

1. はじめに

境界形状だけでなく、内部の穴の数や穴の形状まで最適化できる位相最適化手法は、機械部品の軽量化や建築分野の構造形態の創生手法として、幅広く応用が進んでいる。位相最適化手法は、大きく数理計画法にもとづく方法と発見的手法にもとづく方法の 2 種に分類されるが、発見的手法である CA-ESO 法は 2 次元の剛性最大化問題において、数理計画法にもとづく SIMP 法と同等以上の性能を有することが示された<sup>1)</sup>。また、本方法は SIMP 法と比較して、除去要素の密度を残す必要がないため、特に 3 次元問題では、計算効率を格段に上げられる可能性がある。そこで本研究では、CA-ESO 法とボクセル (voxel) 有限要素法を組み合わせた 3 次元構造物の位相最適化手法を用いて形態創生を行い、建築構造デザインへの応用の可能性を検討する。

2. CA-ESO 法による 3 次元構造の位相最適化

CA-ESO 法による位相最適化では、設計領域における各有限要素の応力を指標として要素の除去・生成を繰返し、最終的に目的の位相 (構造形態) を求める。

ここでは、ボクセル解析のメリットを生かすため、最適化の過程でリメッシュ (節点の再番号付け) は行わず、存在要素 (または生成要素) の密度を 1、除去要素の密度を 0 とすることで設計領域を定義する。そして、除去要素は、Element-by-Element 法の計算から除外する。

2.1 ESO 法による要素の除去

CA-ESO 法では、要素除去に関しては、拡張 ESO 法のルールを用いる。拡張 ESO 法<sup>7)</sup>では、各要素の Von Mises 応力を要素除去に関する指標とし、この応力が閾値以下になると要素が除去される。すなわち、

$$\rho_i = 0 \quad \text{if} \quad \sigma_i^{VM} < X_{cr} \quad ; i = 1, \dots, N_L \quad (1)$$

ここに、 $N_L$  は残存要素数、 $\rho_i$  は  $i$  番目要素の材料密度、 $\sigma_i^{VM}$  は  $i$  番目要素の Von Mises 応力、 $X_{cr}$  は閾値で、次式で定義される。

$$X_{cr} = \sigma_m - \eta \cdot \phi \quad (2)$$

ただし、 $\sigma_m$  と  $\phi$  は残存要素の Von Mises 応力の平均値と偏差平均であり、次式から計算される。

$$\sigma_m = \frac{1}{N_L} \sum_{i=1}^{N_L} \sigma_i^{VM} \quad \phi = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_L} (\sigma_i^{VM} - \sigma_m)^2}{N_L}} \quad (3)$$

ここに、 $\eta$  は要素の除去量を制御する制御変数であり、 $\eta$  が大きいと要素が除去されにくく、 $\eta$  が小さいと除去されやすくなる。

2.2 CA 法による要素の生成

CA-ESO 法では、要素の生成を CA 法のルールに基づいて行う。本論文では、 $i$  番目要素のノイマン近傍要素に対して、次式の簡単なルールを採用する。

$$\rho_j = 1 \quad \text{if} \quad \sigma_i^{VM} \geq \sigma_m^{CA} \quad ; j = 1, \dots, n_i \quad (4)$$

ただし、 $\sigma_m^{CA}$  は残存要素の応力平均値で (12) 式の  $\sigma_m$  と同様に計算される。また、 $n_i$  は面を共有する要素数である。

2.3 CA-ESO 法の計算フロー

図 1 は CA-ESO 法の計算フローを示したものである。図に示すように、本方法では、総密度  $m (= N_L)$  が与えた制約値  $\bar{m}$  より大きい場合は ESO 法による要素除去を行い、小さい場合は CA 法による要素生成を行う。そして、各ステップで制約条件を  $0.95 < m/\bar{m} < 1.02$  の範囲で満たし、(2) 式の  $\sigma_m$  と  $\phi/\sigma_m$  が共に小さくなる解、すなわち次式の値が最小となる解を最適解として保存する。

$$f_{obj} = \sqrt{(\sigma_m/\sigma_m^0)^2 + \{(\phi/\sigma_m)/(\phi/\sigma_m)^0\}^2} \quad (5)$$

ただし、 $\sigma_m^0$  および  $(\phi/\sigma_m)^0$  は初期構造 (0 step) の値。

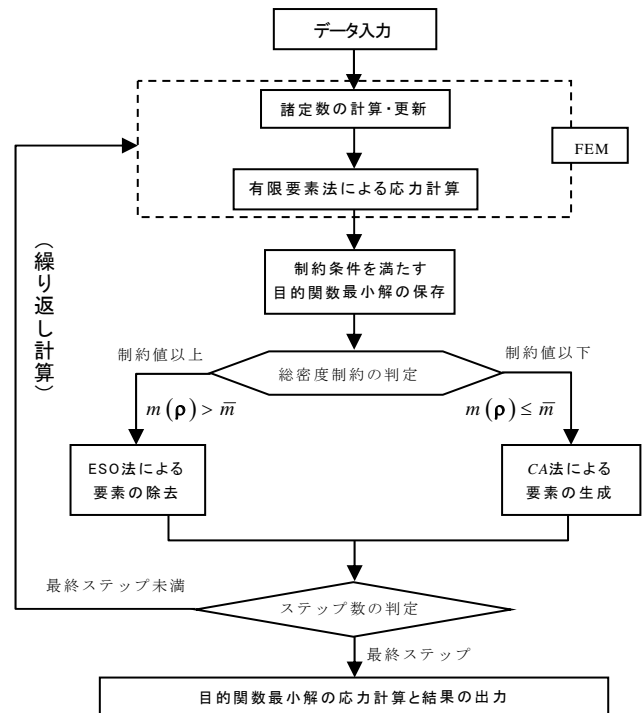


図 1 CA-ESO 法の計算フロー

### 3. 解析例

次に応用例として、東京ビッグサイトを解析例に取り上げる。図 2 は、この解析例に用いた幅 36m、奥行き 36m 高さ 32m の設計領域である。解析は対称性を利用して 1/4 領域で行い、要素分割数は  $72 \times 72 \times 64$  の 331776 要素としている。ただし、主柱となる  $8\text{m} \times 8\text{m} \times 12\text{m}$  (16 要素  $\times$  16 要素  $\times$  24 要素) の立方体と床・天井となる要素は密度 1 に固定する。また、上面 1 層に鉛直下向きに 1 の大きさの等分布荷重をかけ、総密度制約値  $\bar{m}/m^0$  は 0.02、最適化ステップ数は 500、拘束は主柱最上面とした。

図 3 は解析で得られた最適位相の透視図を示し、図 4 は全領域の側面図と透視図を示したものである。

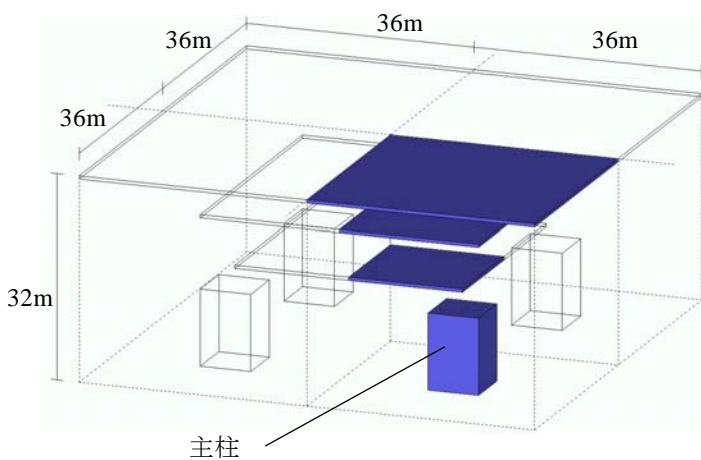


図 2 解析例

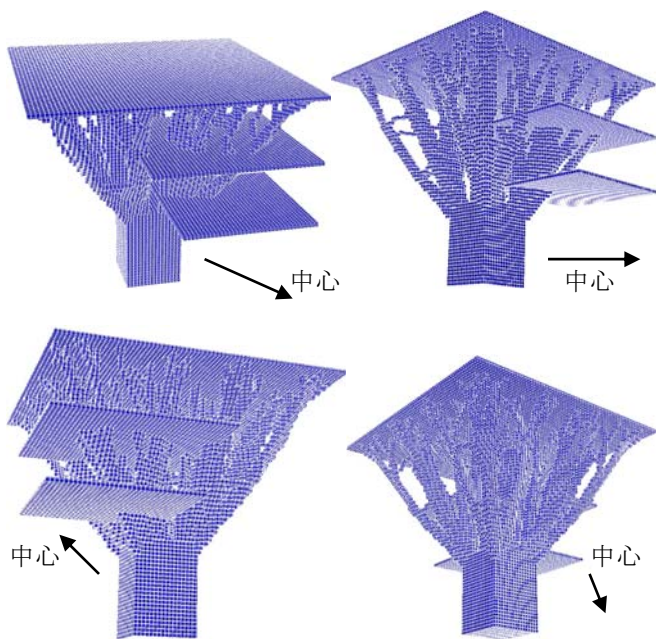
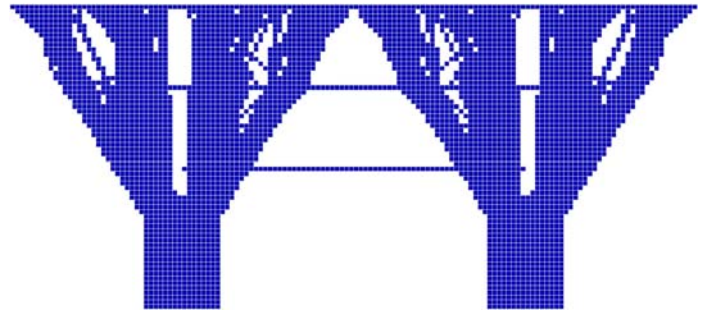
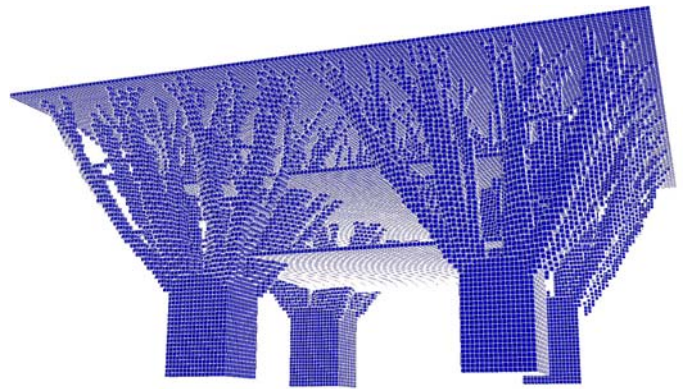


図 3 透視図 (1/4 領域)



側面図 (全体)



透視図 (全領域)

図 4 解析例の最適位相

### 4. 結論

本研究では、CA-ESO 法とボクセル (voxel) 有限要素法を組み合わせた 3 次元構造物の位相最適化手法を用いて形態創生を行い、建築構造デザインへの応用の可能性を検討した。

解析結果より、樹木を連想させる形態が主柱上面から表れ、床・天井を支持する建築構造デザインが得られた。また要素分割数を増やすことで意匠デザインにも適用可能となるなめらかな最適形態が得られることが示された。

今後、3D プリンタと同様の生産技術が発達すれば、このような形態創生技術で生成した形態を忠実に再現することも可能になると考えられる。

### 参考文献

- 1) 藤井大地, 真鍋匡利: CA-ESO 法による構造物の位相最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol.78, 第 691 号, 2013.9
- 2) Hollister, S.J. and Kikuchi, N., Homogenization theory and digital imaging: a basis for studying the mechanics and design principles of bone tissue, *Biotechnology and Bioengineering*, 43, No.7, pp.586-596, 1994
- 3) 藤井大地, 鈴木克幸, 大坪英臣: ボクセル有限要素法を用いた構造物の位相最適化, 日本計算工学会論文集, Vol.2, pp.87-94, 2000
- 4) 藤井大地: パソコンで解く構造デザイン, 丸善, 2002
- 5) 藤井大地: 建築デザインと最適構造, 丸善, 2008
- 6) 崔昌禹, 大森博司, 佐々木睦朗: 拡張 ESO 法による構造形態の創生—三次元構造への拡張—, 日本建築学会構造系論文集, 第 576 号, pp.79-86, 2004.2