

IESO 法を用いた建築構造の形態創生

COMPUTATIONAL MORPHOGENESIS OF BUILDING STRUCTURES USING IESO METHOD

新内 洋平*
Yohei NIUCHI

Biomimetic technology (biomimetics) has recently attracted a great deal of attention in engineering field. Also, in architecture field, as represented by shell structure, biomimetics has been used for a long time. In recent years, the buildings which floors are supported by the structure such as trees or seaweeds have been built (Tod's Omotesando Building, Sendai Mediatheque). On the other hand, it is conceivable that the topology optimization can be used for biomimetics in architecture field, because it has been observed that the shape obtained by the topology optimization is relatively close to the natural form. Therefore, in this paper, several numerical examples of computational morphogenesis of building structures using IESO (Improved Evolutionary Structural Optimization) method are shown in order to verify the application possibility of the proposed method to the biomimetics.

Keywords : Topology optimization, ESO method, Voxel finite element method, Computational Morphogenesis, Biomimetics

位相最適化, ESO 法, ボクセル有限要素法, 構造形態創生, バイオミメティクス

1. はじめに

近年, NC 加工, 折板技術, 付加製造等の製造技術の革新によりこれまでにない自由な形態の部品や製品を創り出すことが可能になりつつある. このような技術革新は建築分野にも波及しており, TOD'S 表参道ビルや仙台メディアテークのように, 樹木や海藻が床を支えるような新しい形態の建築物が建造されるようになった. このような流れの中で, バイオミメティクスと呼ばれる, 生体の持つ優れた機能や形状を模倣し, 工学分野に応用する技術が注目されている. 一方, 工学分野で発展してきた位相最適化手法は, 骨や樹木などの自然形態を模倣できる技術でもあり^{1,2)}, これを建築構造デザインに応用した例も見られる³⁾. したがって, 今後, このような位相最適化手法を建築分野のバイオミメティクスに応用することも考えられる.

位相最適化手法は, 大きく数理計画法にもとづく方法と発見的な手法にもとづく方法の 2 種に分類される. 3 次元解析が可能な実用的な手法としては, 数理計画法では, 均質化法³⁾, SIMP 法^{3,4)}, レベルセット法^{5,6)}等が挙げられ, 発見的な手法では, ESO 法⁷⁾, BESO 法^{8,9)}, 拡張 ESO 法^{10,11)}等が挙げられる. 一方, 藤井らは, CA 法と拡張 ESO 法を組み合わせた CA-ESO 法^{12,13)}を提案し, 2 次元および 3 次元の剛性最大化問題において, 数理計画法にもとづく SIMP 法と同等以上の性能を有することを示している.

発見的な手法の内, BESO 法^{8,9)}は, SIMP 法と類似した方法で, SIMP 法が要素密度を連続関数として各ステップの密度の増減を求めるのに対して, BESO 法は各ステップの目標体積を定めて, 歪みエネルギー感度の低い要素を除去し, 感度の高い要素を復活させる. また, BESO 法では, 要素感度を節点感度に置き換え, 要素の除去・復活の指標に用いる要素感度を各要素の影響半径内の節点感度から重み

付き平均により計算する方法を用いている. このような方法で, 格子メッシュで見られるチェッカーボード状の密度分布を防ぐとともに, 除去要素の感度も影響半径内の節点感度から計算できるようにしている. なお, 要素感度を節点感度に置き換える方法は, 松井, 寺田¹⁴⁾によって提案され, SIMP 法による汎用ソフトにも用いられている. これに対して, 拡張 ESO 法^{10,11)}は, 各ステップで応力等値線を作成し, 応力平均と偏差平均を指標とする閾値によって要素の除去と付加を行う. また, 各ステップでリメッシングを行うため, 境界形状が滑らかな位相が得られる特徴がある. 一方, 著者藤井らが提案している CA-ESO 法^{12,13)}は, BESO 法と類似した方法ではあるが, 各ステップの要素除去に目標体積を定めない拡張 ESO 法のルールを採用している点と, BESO 法のように各ステップで要素除去と復活を同時に行うのではなく, どちらか一方のみを行うところに特徴がある.

以上の発見的な手法を SIMP 法と比較すると, SIMP 法では, 除去要素の密度を完全に 0 にすることができないために, 除去要素が増えなくても計算負荷が変わらないのに対して, 発見的な手法では, 除去要素が増えるにしたがって計算負荷が軽くなる利点がある. しかしながら, BESO 法では各ステップの体積減少率を 1%程度にするため, 目標体積に達するまでに計算時間を要し, CA-ESO 法では目標体積には速く達するが, その後の CA 法と ESO 法の繰り返しで計算時間を要する必要がある. 3 次元問題においては, 要素数が膨大になるため計算時間は重要な問題で, 特に自重問題では, 除去過程で孤立要素 (節点が連続しない要素) が生じやすく, 除去要素に微小密度を与えないと連立方程式 (間接法) の解が収束しないため, SIMP 法よりも計算効率が悪くなる場合がある. 一方, 格子メッシュを用いない拡張 ESO 法では, このような問題は生じないが, 四面体要素で

* 近畿大学大学院システム工学研究科 博士前期課程

Master's Course, Graduate of Systems Engineering, Kindai Univ.

リメッシングを行うために、要素数が膨大になると異形メッシュの修正等が必要となり、計算負荷が増大する可能性がある。

一方、バイオミメティクスを建築分野に応用した最近の研究としては、葉の形態を屋根構造に応用した研究¹⁵⁾、樹木の形態を建築骨組柱に応用した研究¹⁶⁻¹⁸⁾、生物の繊維構造を建築デザインに応用した研究¹⁹⁾、植物コーンの吸湿性を建築デザインに応用した研究²⁰⁾などがある。また、位相最適化手法を用いて、建築物の構造形態を創生した研究としては、2次元の拡張ESO法を用いてビルのファサードデザインを創生した研究²¹⁾、ソリッド要素を用いたSIMP法で、高層ビルや超高層ビルのファサードデザインを創生した研究²²⁾などがある。また、バイオミメティクスの形態創生として、佐々木ら^{23,11)}は、フィレンツェ新駅コンペ案で、3次元の拡張ESO法を用いて松のような樹木が枝をうねらせて屋根スラブを持ち上げているような形態を創生し、建築デザインに応用している。しかしながら、このような形態創生例は未だ少なく、特に樹木がスラブを支えるような自然形態の創生例では、地震力等の水平力を考慮した解析例が示されるに至っていない。

そこで本研究では、CA-ESO法やBESO法よりも計算効率が良く、しかもパラメータ設定が容易で、より確実に優良解が求まる手法であるIESO (Improved Evolutionary Structural Optimization) 法を提案し、地震力を受ける床スラブを樹木が支えるような構造形態を創生し、IESO法の構造形態の創生に対する有効性を検討するとともに、このような手法を用いたバイオミメティクスの建築デザインへの応用の可能性を検討する。

2. IESO法の概要

本論文に用いる位相最適化手法では、設計領域を包含する直方体領域（各辺の長さ： L_x, L_y, L_z ）を考え、これを均等な直方体要素（voxel）で分割する（各辺の有限要素分割数： n_x, n_y, n_z ）。そして、実際の設計領域はボクセルの材料密度の有無（0/1）によって与える。この時、直方体要素（voxel要素）の各辺の長さ l_x, l_y, l_z は、 $l_x = L_x/n_x$ 、 $l_y = L_y/n_y$ 、 $l_z = L_z/n_z$ となる。

有限要素は8節点応力仮定法要素とし、全体剛性方程式の解法には前処理付き共役勾配法を用いる¹²⁾。また、反復計算においては要素剛性マトリクスと変位ベクトルのかげ算を要素ごとに行い、これをベクトルとして保存していくことで、全体剛性マトリクスのメモリを節約し、大規模計算を可能にする²³⁾。

IESO法による位相最適化では、ボクセル解析のメリットを生かすため、最適化の過程でリメッシュ（節点の再番号付け）は行わず、存在要素の密度を1、除去要素の密度を0とすることで各ステップの設計領域を定義する。

IESO法では、要素除去に関しては、拡張ESO法^{10,11)}のルールを用いる。ただし、本手法では、要素除去の指標として、BESO法^{8,9)}で用いられているひずみエネルギー感度を用いる。したがって、要素除去のルールは次式となる。

$$\rho_i = 0 \quad \text{if} \quad \alpha_i < X_{cr} \quad ; i=1, \dots, N_L \quad (1)$$

ここに、 ρ_i 、 α_i は*i*番目要素の密度（0 or 1）とひずみエネルギー感度、 N_L は残存要素数、 X_{cr} は閾値で、次式で定義される。

$$X_{cr} = \alpha_{av} - \eta \cdot \phi \quad (2)$$

ただし、 α_{av} と ϕ は残存要素のひずみエネルギー感度の平均値と偏

差平均であり、次式から計算される。

$$\alpha_{av} = \frac{1}{N_L} \sum_{i=1}^{N_L} \alpha_i \quad \phi = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_L} (\alpha_i - \alpha_{av})^2}{N_L}} \quad (3)$$

ここに、 η は要素の除去量を制御する制御変数であり、 η が大きいと要素が除去されにくく、 η が小さいと除去されやすくなる。ただし、IESO法では、BESO法と同様に各ステップの要素除去率を与え、この除去率を近似的に満たす η をプログラム内で自動計算する。

まず入力データとして与える除去率を λ とすると、第*k*ステップの除去要素数 $N_R^{(k)}$ は、次式で計算される。

$$N_R^{(k)} = \begin{cases} \lambda N_L^{(k-1)} & \text{if } (1-\lambda)N_L^{(k-1)} \geq \bar{N}_L \\ N_L^{(k-1)} - \bar{N}_L & \text{if } (1-\lambda)N_L^{(k-1)} < \bar{N}_L \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 $N_L^{(k-1)}$ は(*k*-1)ステップの残存要素数、 \bar{N}_L は残存要素数の制約値（下限値）である。次に、(1)式で除去される要素数が、(4)式の $N_R^{(k)}$ に近くなる $\eta^{(k)}$ を以下の計算フローで求める。

- ① $\eta^{(k)}$ の初期値を1.5、③で用いる $\eta^{(k0)}$ の初期値を1.5、べき乗数*p*の初期値を1、繰り返し数*n*の初期値を0にする。
- ② (2)式の η を $\eta^{(k)}$ とし、(1)式により $\rho_i = 0$ となる除去要素数 \tilde{N}_R を求める。
- ③ $\tilde{N}_R < N_R^{(k)}$ なら、 $n = n+1$ 、 $\eta^{(k)} = \eta^{(k0)} - (0.1)^p \times n$ とし②に戻る。
 $\tilde{N}_R \geq N_R^{(k)}$ なら、 $\eta^{(k)} = \eta^{(k0)} - (0.1)^p \times (n-1)$ 、 $\eta^{(k0)} = \eta^{(k)}$ 、 $p = p+1$ 、 $n = 0$ とし②に戻る。ただし、 $p \geq 4$ かつ $\tilde{N}_R < 3N_R^{(k)}$ ならば④に進む。
- ④ \tilde{N}_R を確定し、要素除去を行う。

図1はIESO法の計算フローを示したものである。本解析に必要な入力データとしては、有限要素解析に必要なデータとして、設計領域の大きさ(L_x, L_y, L_z)、分割数(n_x, n_y, n_z)、ヤング係数、ポアソン比、境界条件、荷重条件がある。また、最適化計算に必要なデータとして、感度計算における影響半径 r_{min} （実際には、 $r_{min} = b_r \cdot l_x$ として l_x の倍数 b_r （影響半径倍率）で与える）、残存要素数の下限値 \bar{N}_L （実際には、目標体積比 $\bar{V}_r = \bar{N}_L / (n_x \cdot n_y \cdot n_z)$ で与える）、除去率 λ （全要素数に対する1ステップの除去要素数の比）がある。また、設計領域内に空間や固定スラブ等を設定する場合は、設計対象から除外する要素の番号・密度情報（0/1）を入力する必要がある。

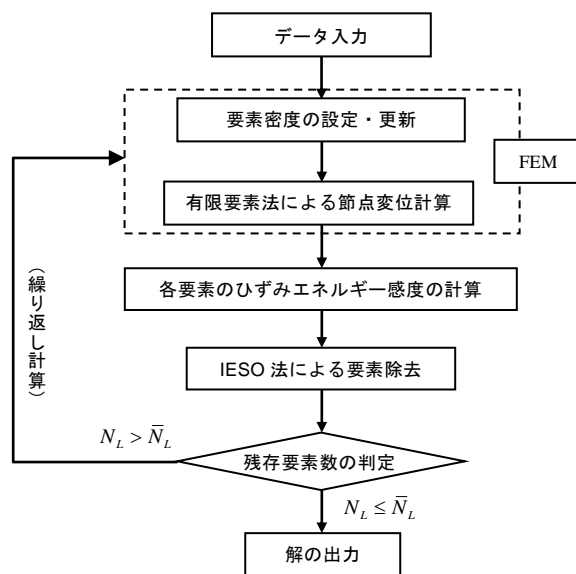


図1 IESO法の計算フロー

3. IESO 法の有効性

文献 11)に掲載されているイタリアフィレンツェ新駅コンペ案の構造形状決定に用いられた解析例を取り上げる。図 2 は、文献に示されている条件のもとで作成した設計領域である。解析は対称性を利用して 1/4 領域で行い、要素分割数は $150 \times 42 \times 30$ の 189000 要素としている。ただし、応力集中を避けるため、支持点の拘束は 9 節点の正方形領域で与えている。

図 3 は、目標体積比 $\bar{V}_r = 0.116$ とした場合の収束解を示す。なお、文献 13)では、目標体積比を設計対象要素数（設計固定要素を除く要素数）に対して与えていたため、本解析ではこれと条件を合わせるように目標体積比を定めている。図中には、収束ステップ数、目標体積比 \bar{V}_r 、除去率 λ 、影響半径倍率 b_r 、収束解のコンプライアンス比 C/C^0 も示している。また、図 4 は、図 3 の各ステップの体積比 V_r とコンプライアンス比の推移を示したものである。ここで、初期の V_r が 1 にならないのは密度 0 の設計除外要素があるためである。また、図 5 は、文献 13)で同様の解析により得られた SIMP 法と CA-ESO 法の解（全領域の透視図）を示したものである。ただし、SIMP 法では 50 回、CA-ESO 法では 100 回の最適化繰り返し計算を行っている。以下の結果より、IESO 法では、除去率 λ を 0.1、影響半径倍率 b_r を 3 とすることで、解のコンプライアンス比は、SIMP 法よりもやや高いが、CA-ESO 法と SIMP 法の間中間的な位相が、わずか 20 ステップの計算で得られ、計算効率が良いことがわかる。

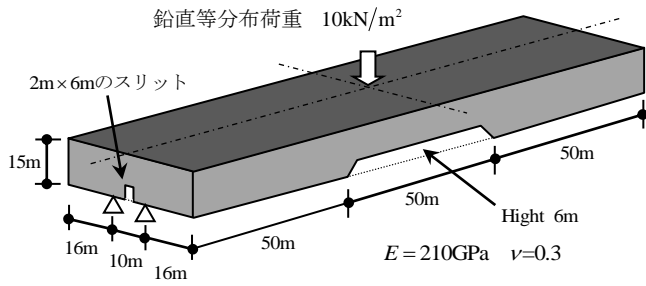
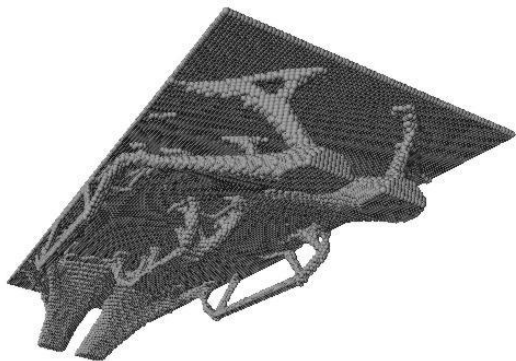


図 2 解析例 1



20step $V_r = 0.116$, $\lambda = 0.1$, $b_r = 3$, $C/C^0 = 2.82$

図 3 IESO 法による解析例 1 の解

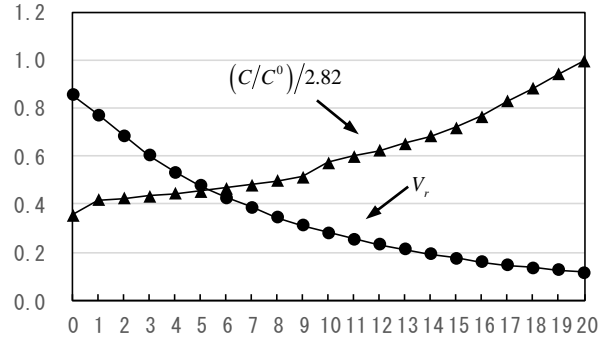
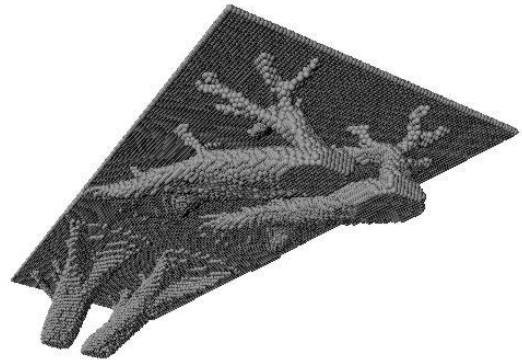
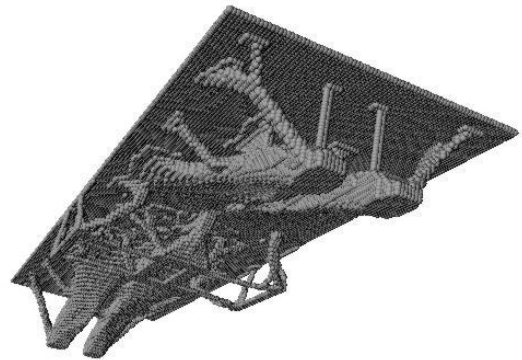


図 4 各ステップにおける体積比とコンプライアンス比の推移



CA-ESO
 $V_r = 0.122$ $C/C^0 = 2.55$



SIMP
 $V_r = 0.116$ $C/C^0 = 2.67$

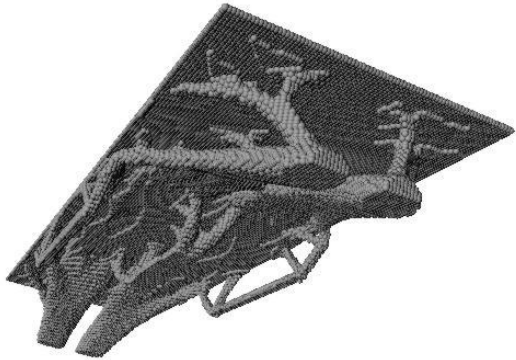
図 5 SIMP 法と CA-ESO 法の解¹³⁾

4. 仕上アルゴリズムの追加とその有効性

3章では、除去率 λ を 0.1、影響半径倍率 b_r を 3 にすることで、IESO 法の解は、ほぼ SIMP 法、CA-ESO 法と同等の解が求まることが示されている。しかしながら、IESO 法の解は、コンプライアンス値、解の鮮明さに関しては、CA-ESO 法に比較してやや劣る結果となっていた。そこでここでは、除去率 λ が 0.05~0.1 程度で得られた解をより鮮明にし、コンプライアンス値も改善するアルゴリズムを付加する。ただし、この追加アルゴリズム（以下、仕上アルゴリズムと呼ぶ）は、IESO 法で得られた解の仕上を行うもので、IESO 法の計算効率の良さを阻害するものではない。

この追加アルゴリズムは、まず、IESO法の収束解を読み込み、この解からCA法のルールにもとづいて全要素の5%程度の要素を付加する。具体的には、影響半径倍率 b_r を1として各要素のひずみエネルギー感度を計算し、その感度が大きいものから順に、その要素のNeumann近傍要素(面を共有する要素)を復活させる。そして、付加要素数が与えた上限値(5%程度)を超えた時点で付加を終了する。次に、以上の要素が付加された解に対して、再び図1の計算フロー(IESO法)で目的の要素数まで要素を除去する。ただし、今度は、除去率を0.01程度として、少しずつ要素を除去していく。以上の追加アルゴリズムの有効性を検討するため、3章で用いた解析例を取り上げる。

図6は、図3の解に対してCA法で5%要素を付加し、再びIESO法で除去率 $\lambda=0.01$ として、収束解を求めたものである。ただし、影響半径倍率は $b_r=1$ としている。さらに、図7は、仕上アルゴリズム解析の各ステップの体積比 $V_r(=N_L/(n_x \cdot n_y \cdot n_z))$ とコンプライアンス比の推移を示す。



41step, $\bar{V}_r=0.116$, $\lambda=0.01$, $b_r=1$, $C/C^0=2.46$

図6 解析例1の仕上アルゴリズム適用後の解

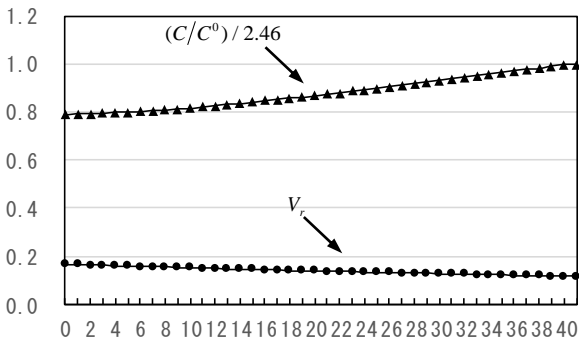


図7 体積比とコンプライアンス比の推移(仕上解析)

図3と図6を比較すると、形態に大きな変化はないが、コンプライアンス比が大きく改善され、図5に示すCA-ESO法の解よりも良くなっていることがわかる。また、細部を見ると、図6の方がより洗練された形態となっており、仕上の機能を果たしている。また、図7より、仕上過程では、図4に比較してコンプライアンス比の上昇勾配が小さく、これによりコンプライアンス比が改善されていることがわかる。なお、図3と図6の位相の変化はほとんどないため、仕上アルゴリズムは、形態の試行錯誤の段階では用いる必要がないこともわかる。

5. 建築構造の形態創生例

次に、建築構造の形態創生例として、様々な柱脚の支持点から地震力を受ける上面スラブを支える構造形態の創生を試みる。

図8は、解析モデルの設計領域を示す。領域のボクセル要素分割数は $77 \times 125 \times 25$ である。上面スラブ(Z方向1要素分)は非設計対象とし、最上面の全節点に鉛直等分布荷重とその0.2倍のX,Y2方向(正負双方向)の水平荷重(地震力)を加える。

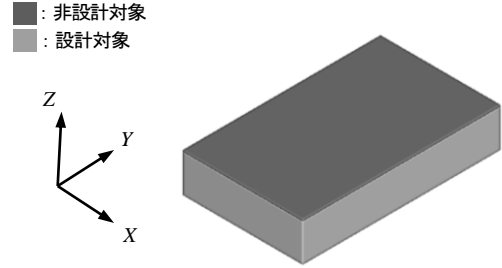
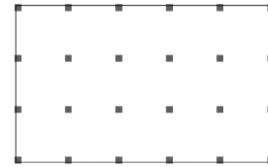
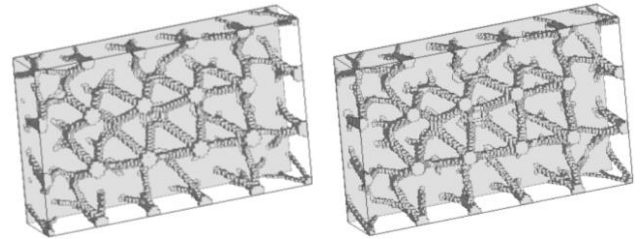


図8 解析モデル2



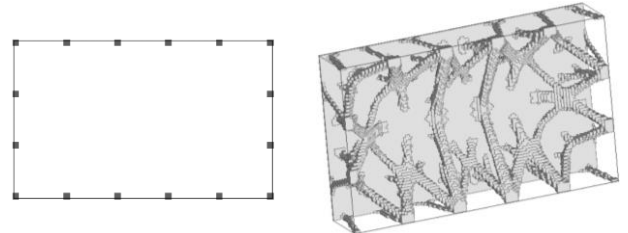
柱脚の支持点配置(Case1)



仕上前($C/C^0=11.31$)

仕上後($C/C^0=8.45$)

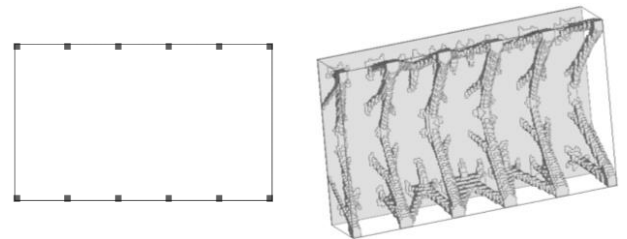
図9 支持点配置(Case1)に対する形態創生結果



柱脚の支持点配置(Case2)

$C/C^0=8.91 \rightarrow 6.34$

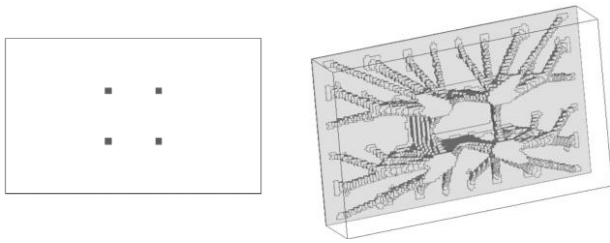
図10 支持点配置(Case2)に対する形態創生結果



柱脚の支持点配置(Case3)

$C/C^0=10.23 \rightarrow 6.15$

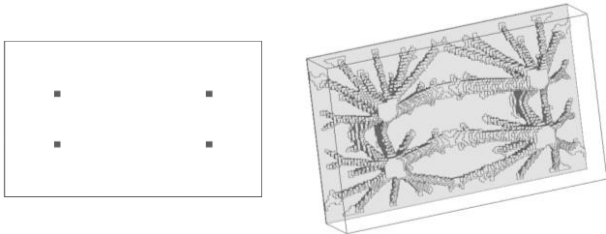
図11 支持点配置(Case3)に対する形態創生結果



柱脚の支持点配置 (Case4)

$C/C^0 = 5.75 \rightarrow 5.03$

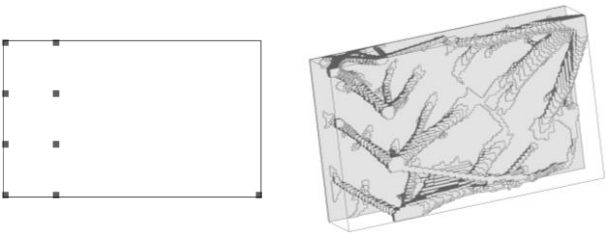
図 12 支持点配置 (Case4) に対する形態創生結果



柱脚の支持点配置 (Case5)

$C/C^0 = 4.74 \rightarrow 3.80$

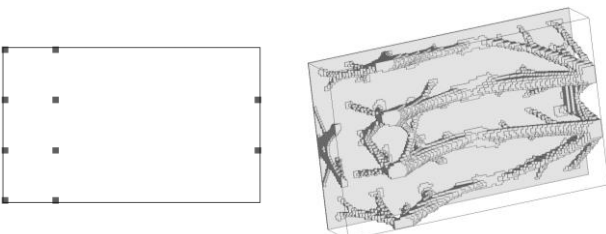
図 13 支持点配置 (Case5) に対する形態創生結果



柱脚の支持点配置 (Case6)

$C/C^0 = 7.70 \rightarrow 5.73$

図 14 支持点配置 (Case6) に対する形態創生結果



柱脚の支持点配置 (Case7)

$C/C^0 = 6.61 \rightarrow 5.49$

図 15 支持点配置 (Case7) に対する形態創生結果

図 9～図 15 は、図中に示す柱脚の支持点配置に対する IESO 法による形態創生結果を示している。なお、各支持点は、応力集中を避けるため 4 節点の拘束としている。図 9 には、 $\bar{V}_r = 0.1$ 、 $\lambda = 0.05$ 、 $b_r = 3$ として解析を行った結果と、その結果に仕上アルゴリズムを適用した結果を示している。ただし、仕上アルゴリズムでは、CA 法による要素付加 5%、IESO 法の $\lambda = 0.01$ 、 $b_r = 1$ として解析を行っている。図に示すように、仕上アルゴリズムを適用することにより、コンプライアンスの改善は見られるが、見た目の形態にはほとんど変化はない。したがって、図 10～図 15 では、仕上前後のコンプライアンス比 (仕上前→仕上後) と仕上後の形態のみを示している。ただし、解析条件は、支持点配置以外は図 9 の解析と同一である。

図 9～図 15 に示されるように、IESO 法で得られた形態は、いずれも滑らかで有機的な形態であり、また、樹木の枝分かれを想起させる形態となっている。また、仕上アルゴリズムの適用により、コンプライアンス比が大きく改善されていることがわかる。

次に、図 16 は、複数の高さの異なるスラブを、平面計画を考慮した柱脚支持点から支える構造を創生する例題を示す。図には、解析モデルの設計領域、スラブ配置、柱脚の支持点配置を示す。ただし、設計領域のボクセル要素分割数は $90 \times 120 \times 30$ とし、スラブ (Z 方向 1 要素分) 部分は非設計対象とし、スラブ上面の全節点に鉛直等分布荷重とその 0.2 倍の X, Y 2 方向 (正負双方向) の水平荷重を加える。

図 17 は、 $\bar{V}_r = 0.1$ 、 $\lambda = 0.05$ 、 $b_r = 3$ として解析を行い、その結果に仕上アルゴリズムを適用した結果を示している。ただし、仕上アルゴリズムでは、CA 法による要素付加 5%、IESO 法の $\lambda = 0.01$ 、 $b_r = 1$ として解析を行っている。また、本解析例のコンプライアンス比 C/C^0 は、仕上前が 4.15、仕上後が 3.40 となったが、見た目の形態にはほとんど変化がなかったため、仕上後の形態のみを示している。図 17 に示されるように、このような複雑な例題に対しても、複数のスラブを合理的にリンクする構造形態が創生され、やはり樹木の分枝を想起させる有機的な構造形態となる。

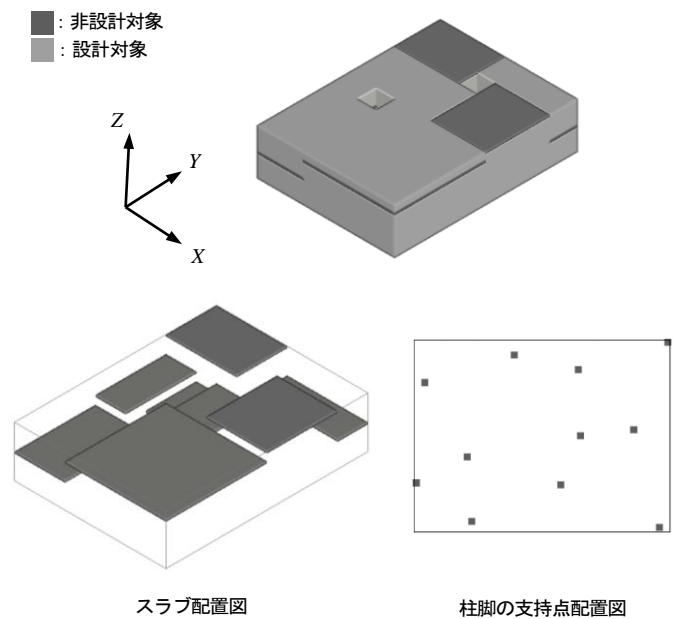
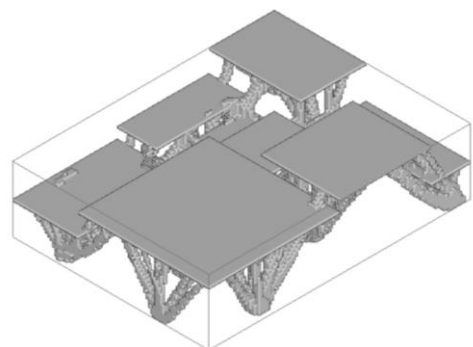


図 16 解析モデル 3



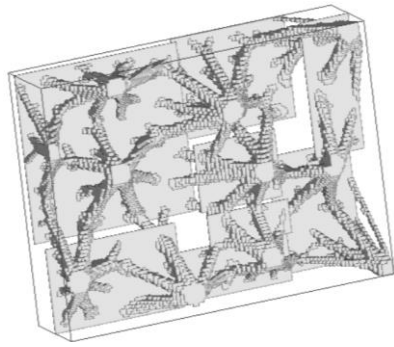


図 17 形態創生結果（仕上アルゴリズム適用後）

6. まとめ

本研究では、進化的位相最適化手法である IESO 法を用いて、地震力を受けるスラブを樹木が支えるような構造形態を創生し、IESO 法の建築構造形態の創生に対する有効性を検討するとともに、このような手法を用いたバイオメティクスの建築デザインへの応用の可能性を検討した。その結果、以下のことが明らかになった。

- (1) 地震力を受ける単一スラブを支える構造形態の創生例により、柱脚の支持点の位置や数の変化に適應して、樹木が枝を張るような有機的な構造形態が創生されることがわかった。
- (2) 地震力を受ける複数スラブを支える構造形態の創生例により、スラブ配置と 1 階柱脚の支持点を定めることにより、樹木が枝を張ってそれぞれの床を合理的に支えるような有機的な構造形態が創生されることがわかった。

以上より、IESO 法は、地震力を受けるスラブ構造を支える自然に近い形態を容易に創生することができ、建築分野のバイオメティクスツールの一つとして応用できるのではないかと考えられる。

謝辞

本論文 5 章の解析例の一部は、近畿大学工学部建築学科卒業生の安楽優希さん（現（株）オムニ設計）が卒業研究で作成したものである。また、5 章の解析例のモデル作成および結果の表示には、（株）くいんと VOXCICON を利用している。その際、（株）くいんと石井恵三氏と月野誠氏に、研究室で開発したソフトとのリンクについて技術協力を得た。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 有尾一郎, 中沢正利: 竹節の形態組織構造から学ぶ軽量最適化構造の創造設計, 第 22 回バイオエンジニアリング講演会講演論文集, p.396, 2010.1
- 2) 佐々木睦朗: FLUX STRUCTURE, TOTO 出版, 2005
- 3) Bendsøe, M. P.: Optimization of Structural Topology, Shape, and Material, Springer, 1995
- 4) Zhou, M. and Rozvany, G.I.N.: The COC algorithm, Part II, Topological, geometrical and generalized shape optimization, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 89, pp.309-336, 1991

- 5) Sethian, J. A. and Wiegmann, A.: Structural boundary design via level-set and immersed interface methods, Journal of Computational Physics, Vol.163, No.2, pp.489-528, 2000
- 6) Wang, M. Y., Wang, X. and Guo, D.: A level Set Method for Structural Topology Optimization, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 192, No.1-2, pp.227-246, 2003
- 7) Xie, Y.M., Steven, G.P.: Evolutionary Structural Optimization, Springer, 1997
- 8) Huang, X., Xie, Y.M.: Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method, Finite Elements in Analysis and Design, Vol.43, pp.1039-1049, 2007
- 9) Huang, X., Xie, Y.M.: Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures: Methods and Applications, Wiley, 2010
- 10) 大森博司, 崔昌禹: 等値線を利用した拡張 ESO 法による構造形態の創生, 日本建築学会構造系論文集, 第 539 号, pp.87-94, 2001.1
- 11) 崔昌禹, 大森博司, 佐々木睦朗: 拡張 ESO 法による構造形態の創生—三次元構造への拡張—, 日本建築学会構造系論文集, 第 576 号, pp.79-86, 2004.2
- 12) 藤井大地, 真鍋匡利: CA-ESO 法による構造物の位相最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol.78, 第 691 号, pp.1569-1574, 2013.9
- 13) 藤井大地, 岡部諒, 真鍋匡利, CA-ESO 法とボクセル有限要素法を用いた 3 次元構造物の位相最適化, 日本建築学科構造系論文集, Vol.79, No.703, pp.1279-1286, 2014.9
- 14) 松井和己, 寺田賢二郎: 連続的材料分布の節点補間によるトロジー最適化手法, 日本機械学会論文集 (A 編), Vol.69, No.684, 2003.8
- 15) 平野 薫, アラン・バーデン: 葉の形態と脈系パターンを利用した屋根構造物への応用に関する基礎的研究, 日本建築学会関東支部研究報告集, pp.169-172, 2006
- 16) 染谷早紀, 高島英幸: 樹木状骨組柱の形態創生手法に関する提案, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (東海), pp.817-818, 2012.9
- 17) 染谷早紀, 高島英幸: 樹木状骨組柱の形態創生手法に関する提案 (その 2: モデルの構造挙動の分析), 日本建築学会大会学術講演梗概集 (北海道), pp.939-940, 2013.8
- 18) 今澤和貴, 佐々木睦朗: L-System による形状表現に関する研究—樹木ラーメン構造の構造形態創生—, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (北海道), pp.941-942, 2013.8
- 19) Reichert, S., Schwinn, T., Magnab, R., Waimer, F., Knippers, J., Menges, A.: Fibrous structures: An integrative approach to design computation, simulation and fabrication for lightweight, glass and carbon fibre composite structures in architecture based on biomimetic design principles, Computer-Aided Design, Vol.52, pp.27-39, 2014
- 20) Reichert, S., Menges, A., Correa, D.: Meteorosensitive architecture: Biomimetic building skins based on materially embedded and hygroscopically enabled responsiveness, Computer-Aided Design, Vol.60, pp.50-69, 2015
- 21) 大森博司, 風袋宏幸, 飯嶋俊比古, 武藤 厚, 長谷川泰稔: 構造形態創生法によるオフィスの設計, 日本建築学会技術報告集, 第 20 号, pp.72-82, 2004.12
- 22) Beghini, L. L., Beghini, A., Katz, N., Baker, W. F., Paulino, G. H.: Connecting architecture and engineering through structural topology optimization, Engineering Structures, Vol.59, pp.716-726, 2014
- 23) 藤井大地: パソコンで解く構造デザイン, 丸善, 2002