

# HMPS 法と CA-IESO 法を用いた有限変形を考慮したトポロジー最適化

## TOPOLOGY OPTIMIZATION WITH FINITE DEFORMATION USING HMPS METHOD AND CA-IESO METHOD

山下真輝\*

*Masaki YAMASHITA*

The topology optimization method using voxel finite element method can be used for computational morphogenesis of structures. However, in this method, it is difficult to consider geometric nonlinearity, because the computation time becomes enormous. Therefore, in this paper, we propose a topology optimization method using particle method. In the proposed method, HMPS (Hamiltonian Moving Particle Semi-implicit) method is used for the particle method and CA-IESO (Cellular Automaton - Improved Evolutionary Structural Optimization) method is used for the topology optimization. In this paper, numerical examples for elastic structures with finite deformation are shown in order to verify the proposed method.

**Keywords :** *Topology optimization, Cellular Automaton, Evolutionary Structural Optimization, Particle method, HMPS method, Voxel FEM*

トポロジー最適化, CA 法, ESO 法, 粒子法, HMPS 法, ボクセル有限要素法

### 1. はじめに

ボクセル有限要素法を用いたトポロジー最適化手法<sup>1,2)</sup>は、3次元の直方体固定設計領域から自由な構造形態を創生できる手法である。藤井ら<sup>3,4)</sup>は、このような手法を用いて地震力を受ける建築構造の形態創生を試みている。しかし、これらの研究で扱っているのは微小変形仮定における剛性最大化問題であり、有限変形時の座屈等は考慮されていない。そこで、ボクセル有限要素法を幾何学的非線形問題に拡張することが考えられるが、大規模問題を解析する場合、計算時間が膨大になることと、変形が進むにしたがって要素の歪みが大きくなり、数値計算誤差により収束解が得られないことが頻繁に生じる。このため、これまでの幾何学的非線形を考慮したトポロジー最適化に関する研究<sup>5,6,7)</sup>では2次元問題を対象としており、3次元問題に適用したものは見られない。一方、眞鍋ら<sup>8,9)</sup>は、このような問題を解決するため、有限要素法の代わりに、粒子法を用いることを提案し、2次元問題においてその有効性を検証している。したがって、これを3次元問題に拡張できれば、設計荷重に対して座屈等の不安定現象を生じにくい形態が創生できる手法が開発できる。

ところで、粒子法は有限要素法に代表される格子法で必要となるメッシュを用いない手法であるため、幾何学的非線形解析において、メッシュの歪みに伴う解析精度の悪化や、数値計算が実行不可能となる状況を回避することが可能である。しかしながら、眞鍋ら<sup>5,6)</sup>の手法で用いていた粒子法は、線形ひずみを用いた定式化であるため、

精度良く有限変形解析を行うことが困難であった。他方、精度良く有限変形解析を行うことができる粒子法の一つとして鈴木、越塚<sup>10)</sup>によって開発された Hamiltonian MPS 法 (以下 HMPS 法と略記) がある。近藤ら<sup>11)</sup>は、この方法に局所的数値振動を抑制する改良を加え、片持梁の静的荷重による変位を微小変形問題の理論解と比較し、十分な精度が得られることを示している。また、菊池ら<sup>12)</sup>は、この方法にさらに改良を加え、粒子の運動に粘性力を与えて計算を安定させる方法を示している。

そこで本研究では、有限要素法の代わりにこの HMPS 法を用いた3次元トポロジー最適化手法を提案する。

本提案手法では、3次元トポロジー最適化手法として、ボクセル有限要素法でその有効性が検証されている CA-ESO 法<sup>1)</sup>を用いる。ただし、ESO 法の部分は、文献 2),3)で提案した Improved ESO 法 (以下 IESO 法と略記) に置き換える。また、本方法では、目標体積に達するまでは IESO 法が単独で適用される。そして、目標体積に達すると CA 法による要素付加が行われ、再び目標体積に達するまで IESO 法が適用される。以上の計算過程を繰り返すことで優良解を探索する。また、本方法では、問題によっては、まず IESO 法で微小変形解を求め、次に荷重を大きく設定し直して、そこから CA-IESO 法によって有限変形解を求めることも可能である。

本論文では、まず、菊池ら<sup>12)</sup>の方法にもとづいて HMPS 法のプログラムを作成する。ただし、粒子間の接触は考慮しない。また、

\* 近畿大学大学院 システム工学研究科大学院生

Graduate Student, Graduate School of Systems Engineering, Kindai University

粒子法をボクセル有限要素法の代替手法として用いることを考慮し、ボクセル要素を立方体とし、その頂部8節点に粒子を配置するものとする。このようにすることで、解析モデルの作成およびすでに開発しているトポロジー最適化手法の適用が容易となる。

## 2. HMPS 法

本論文では、菊池ら<sup>12)</sup>が示している HMPS 法の定式化にもとづいて、解析プログラムを作成している。ここでは、作成したプログラムに沿った定式化を示す。まず、Fig.1 に示すような初期時刻の粒子配置において、粒子  $i$  と粒子  $j$  の相対位置ベクトルを  $\mathbf{r}_{ij}^0$  とする。これを座標成分で表示すると次のようになる。

$$\mathbf{r}_{ij}^0 = \begin{Bmatrix} x_{ij}^0 \\ y_{ij}^0 \\ z_{ij}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_j^0 - x_i^0 \\ y_j^0 - y_i^0 \\ z_j^0 - z_i^0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

また、粒子が運動後の現在時刻の粒子配置における粒子  $i$  と粒子  $j$  の相対位置ベクトルを  $\mathbf{r}_{ij}$  とする。これを座標成分で表示すると、

$$\mathbf{r}_{ij} = \begin{Bmatrix} x_{ij} \\ y_{ij} \\ z_{ij} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_j - x_i \\ y_j - y_i \\ z_j - z_i \end{Bmatrix} \quad (2)$$

このとき、 $\mathbf{r}_{ij}^0$  と  $\mathbf{r}_{ij}$  の関係は、変形勾配テンソル  $\mathbf{F}_i$  を用いると次式のように表される。

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{F}_i \mathbf{r}_{ij}^0 \quad (3)$$

この時、現在時刻の粒子  $i$  近傍の変形は、複数の粒子  $j$  との関係から定まる。そこで、MPS 法では、粒子  $i$  を中心とする影響半径を与え、その影響半径内の粒子との相互関係から変形を定義する。すなわち、粒子  $i$  と複数の粒子  $j$  の関係を次式の重み関数  $w_{ij}^0$  を用いて重み付けする。

$$w_{ij}^0(\mathbf{r}_{ij}^0) = \begin{cases} 1 - \frac{|\mathbf{r}_{ij}^0|}{r_e} & (0 < |\mathbf{r}_{ij}^0| < r_e) \\ 0 & (r_e \leq |\mathbf{r}_{ij}^0|) \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 $r_e$  は影響半径を表し、粒子間距離  $l_0$  の倍数で与える。また、 $|\mathbf{r}_{ij}^0|$  は次式から計算される。

$$|\mathbf{r}_{ij}^0| = \sqrt{(x_{ij}^0)^2 + (y_{ij}^0)^2 + (z_{ij}^0)^2} = \sqrt{(x_j^0 - x_i^0)^2 + (y_j^0 - y_i^0)^2 + (z_j^0 - z_i^0)^2} \quad (5)$$

なお、 $r_e$  は粒子間距離の 1.5 倍以上に設定する（小さいほど相互作用する粒子の数が減るので計算時間が短くなるが、小さすぎると計算が不安定になる）。

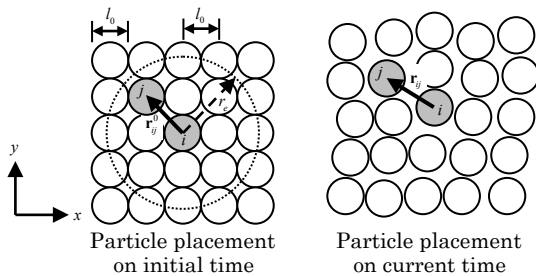


Fig.1 Particle placement on initial time and on current time

また、HMPS 法では、次式の誤差関数  $e_i$  が最小となる  $\mathbf{F}_i$  を粒子  $i$  の変形勾配テンソル<sup>13)</sup>として定義する。

$$e_i(\mathbf{F}_i) = \sum_j \left| \mathbf{F}_i \mathbf{r}_{ij}^0 - \mathbf{r}_{ij} \right|^2 w_{ij}^0 \quad (6)$$

ここで、(6)式が最小となるためには、次式が成り立つ必要がある。

$$\frac{\partial e_i(\mathbf{F}_i)}{\partial \mathbf{F}_i} = 0 \quad (7)$$

したがって、

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_i(\mathbf{F}_i)}{\partial \mathbf{F}_i} &= 2 \sum_j (\mathbf{F}_i \mathbf{r}_{ij}^0 - \mathbf{r}_{ij}) \otimes \mathbf{r}_{ij}^0 w_{ij}^0 \\ &= 2 \mathbf{F}_i \sum_j \mathbf{r}_{ij}^0 \otimes \mathbf{r}_{ij}^0 w_{ij}^0 - 2 \sum_j \mathbf{r}_{ij} \otimes \mathbf{r}_{ij}^0 w_{ij}^0 = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

(8)式より、

$$\mathbf{F}_i = \sum_j \mathbf{r}_{ij} \otimes \mathbf{r}_{ij}^0 w_{ij}^0 \left( \sum_j \mathbf{r}_{ij}^0 \otimes \mathbf{r}_{ij}^0 w_{ij}^0 \right)^{-1} = \left[ \sum_j \mathbf{r}_{ij} \otimes \mathbf{r}_{ij}^0 w_{ij}^0 \right] \mathbf{A}_i^{-1} \quad (9)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_i &= \sum_j \mathbf{r}_{ij}^0 \otimes \mathbf{r}_{ij}^0 w_{ij}^0 = \sum_j \begin{Bmatrix} x_{ij}^0 \\ y_{ij}^0 \\ z_{ij}^0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{ij}^0 & y_{ij}^0 & z_{ij}^0 \end{Bmatrix} w_{ij}^0 \\ &= \sum_j \begin{bmatrix} x_{ij}^0 x_{ij}^0 & x_{ij}^0 y_{ij}^0 & x_{ij}^0 z_{ij}^0 \\ y_{ij}^0 x_{ij}^0 & y_{ij}^0 y_{ij}^0 & y_{ij}^0 z_{ij}^0 \\ z_{ij}^0 x_{ij}^0 & z_{ij}^0 y_{ij}^0 & z_{ij}^0 z_{ij}^0 \end{bmatrix} w_{ij}^0 = \sum_j \begin{bmatrix} x_{ij}^0 x_{ij}^0 w_{ij}^0 & x_{ij}^0 y_{ij}^0 w_{ij}^0 & x_{ij}^0 z_{ij}^0 w_{ij}^0 \\ y_{ij}^0 x_{ij}^0 w_{ij}^0 & y_{ij}^0 y_{ij}^0 w_{ij}^0 & y_{ij}^0 z_{ij}^0 w_{ij}^0 \\ z_{ij}^0 x_{ij}^0 w_{ij}^0 & z_{ij}^0 y_{ij}^0 w_{ij}^0 & z_{ij}^0 z_{ij}^0 w_{ij}^0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

したがって、 $\mathbf{F}_i$  は次式から計算される。

$$\mathbf{F}_i = \left[ \sum_j \mathbf{r}_{ij} \otimes \mathbf{r}_{ij}^0 w_{ij}^0 \right] \mathbf{A}_i^{-1} = \sum_j \begin{bmatrix} x_{ij} x_{ij}^0 w_{ij}^0 & x_{ij} y_{ij}^0 w_{ij}^0 & x_{ij} z_{ij}^0 w_{ij}^0 \\ y_{ij} x_{ij}^0 w_{ij}^0 & y_{ij} y_{ij}^0 w_{ij}^0 & y_{ij} z_{ij}^0 w_{ij}^0 \\ z_{ij} x_{ij}^0 w_{ij}^0 & z_{ij} y_{ij}^0 w_{ij}^0 & z_{ij} z_{ij}^0 w_{ij}^0 \end{bmatrix} \mathbf{A}_i^{-1} \quad (11)$$

次に、弾性体における粒子  $i$  の支配運動方程式は次式で表される。

$$\rho_i \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} = - \frac{\partial W_i}{\partial \mathbf{r}_i} \quad (12)$$

ここで、 $\rho_i$  は粒子  $i$  の密度、 $\mathbf{v}_i$  は粒子  $i$  の速度ベクトル、 $\mathbf{r}_i$  は粒子  $i$  の現在時刻の位置ベクトルであり、成分で表すと次のようになる。

$$\mathbf{r}_i = \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{v}_i = \begin{Bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{Bmatrix} \quad (13)$$

また、 $W_i$  は粒子  $i$  のひずみエネルギー関数<sup>13)</sup>で、次式で表される。

$$W_i = \mathbf{\Pi}_i : \mathbf{F}_i \quad (14)$$

ただし、 $\mathbf{\Pi}_i$  は粒子  $i$  の第1 Piola-Kirchhoff 応力テンソルで、これを第2 Piola-Kirchhoff 応力テンソル  $\mathbf{S}_i$  で表すと次式となる。

$$\mathbf{\Pi}_i = \mathbf{F}_i \mathbf{S}_i \quad (15)$$

また、 $\mathbf{S}_i$  は、等方均質弾性体の場合、次式の Green-Lagrange ひずみ

$$\mathbf{E}_i = \frac{1}{2} (\mathbf{F}_i^T \mathbf{F}_i - \mathbf{I}) \quad (16)$$

を用いて次式で表される。

$$\mathbf{S}_i = 2\mu \mathbf{E}_i + \lambda \text{tr}(\mathbf{E}_i) \mathbf{I} \quad (17)$$

ここに、 $\mu$  はせん断弾性係数、 $\lambda$  は Lamé の定数で、ポアソン比  $\nu$  とヤング係数  $E$  を用いて次式で表される。

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (18)$$

また、 $\mathbf{I}$  と  $\text{tr}(\mathbf{E}_j)$  を成分表示すると次のようになる。

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{tr}(\mathbf{E}_j) = E_{11} + E_{22} + E_{33} \quad (19)$$

(14), (15)式を(12)式に代入し、粒子  $i$  のひずみエネルギーを、粒子  $i$  を中心とする影響半径内の粒子との相互関係から計算するものとすれば、(12)式は次式のように表せる<sup>12)</sup>。

$$\begin{aligned} \rho_i \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} &= -\sum_j \mathbf{\Pi}_j : \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial \mathbf{r}_i} = -\sum_j \mathbf{F}_j \mathbf{S}_j : \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial \mathbf{r}_i} \\ &= \sum_j (\mathbf{F}_j \mathbf{S}_j \mathbf{A}_j^{-1} \mathbf{r}_{ij}^0 + \mathbf{F}_j \mathbf{S}_j \mathbf{A}_j^{-1} \mathbf{r}_{ij}^0) w_{ij}^0 \end{aligned} \quad (20)$$

また、減衰力として、粒子  $i$  に次式の粘性力を付加する<sup>9)</sup>。

$$\mathbf{f}_{i,\text{VISCO}} = \rho_i \nu_{\text{MPS}} \frac{2d}{\lambda_{\text{MPS}} n_0} \sum_j (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i) w_{ij}^0 \quad (21)$$

ただし、 $\nu_{\text{MPS}}$  は粘性係数、 $d$  は空間次元数で、2次元では2、3次元では3となる。また、 $n^0$  は、初期粒子配置において十分内部にある粒子数密度で次式から計算される。

$$n^0 = \max[n_i^0] \quad (i=1, \dots, N), \quad n_i^0 = \sum_j w_{ij}^0 \quad (22)$$

ただし、 $N$  は全粒子数、 $n_i^0$  は粒子  $i$  の初期粒子数密度である。また、 $\lambda_{\text{MPS}}$  は次式で定義される。

$$\lambda_{\text{MPS}} = \sum_j |\mathbf{r}_{ij}^0|^2 w_{ij}^0 / \sum_j w_{ij}^0 \quad (23)$$

したがって、粒子  $i$  の支配方程式は次式となる。

$$\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} = \frac{1}{\rho_i} \sum_j (\mathbf{F}_j \mathbf{S}_j \mathbf{A}_j^{-1} \mathbf{r}_{ij}^0 + \mathbf{F}_j \mathbf{S}_j \mathbf{A}_j^{-1} \mathbf{r}_{ij}^0) w_{ij}^0 + \nu_{\text{MPS}} \frac{2d}{\lambda_{\text{MPS}} n_0} \sum_j (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i) w_{ij}^0 \quad (24)$$

(24)式の右辺に衝撃荷重  $\mathbf{f}_{i,\text{IMPACT}}$  を粒子質量  $m_i (= \rho_i l_0^3)$  で割った衝撃加速度を加え、次式による更新を行えば、時々刻々の応答解析が可能となる。

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{v}_i^k + \Delta t \left[ \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} \right]^k \quad (25)$$

$$\mathbf{r}_i^{k+1} = \mathbf{r}_i^k + \Delta t \mathbf{v}_i^{k+1} \quad (26)$$

なお、本論文では、 $\Delta t$  を、Courant 条件を十分に満たすように粒子間距離  $l_0$  と縦波速度の比を指標として次式で与える。

$$\Delta t = 0.5 l_0 / \sqrt{(\lambda + 2\mu) / \rho_i} \quad (27)$$

また、本論文では、次式の総ひずみエネルギー

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\mathbf{S}_i : \mathbf{E}_i) l_0^3 \quad (28)$$

を指標に使い、(25), (26)式の更新で  $V$  が増加に転じた場合に、すべての粒子の速度をゼロにすることにより、静的な釣り合い状態を求める<sup>11)</sup>。収束判定は、(25), (26)式の更新 100 ステップごとのコンプライアンス  $C$

$$C = \sum_{i=1}^N \mathbf{d}_i^T \mathbf{f}_{i,\text{IMPACT}}, \quad \mathbf{d}_i^T = \{x_i - x_i^0 \quad y_i - y_i^0 \quad z_i - z_i^0\} \quad (29)$$

の変化率  $(= C^{(k)} / C^{(k-100)} \times 100)$  が 0.1% 以下となり、かつその時刻の(29)式の  $C$  と(28)式の  $2V$  の誤差率  $(= |C - 2V| / C \times 100)$  が 10% 以下となった場合を静的な釣り合い状態と見なし、HMPS 法の計算を終了する。ただし、座屈時の解析では外力仕事量と内力仕事量の釣合は収束しない場合があるので、2000 ステップ以上ではコンプライアンスの変化率のみで収束を評価し、10000 ステップで、ひずみエネルギーの相対的な値が求めることができるため、最適解に影響がないと判断し収束計算は打ち切るものとする。

### 3. トポロジー最適化手法

本論文に用いるトポロジー最適化手法では、物体領域を包含する直方体固定設計領域 (各辺の長さ:  $L_x, L_y, L_z$ ) を考え、これを均等な voxel (以下要素と呼ぶ) で分割する。ただし、本論文では、HMPS 法を適用するため、要素を立方体とし、要素の頂点 (節点) に粒子を配置する。したがって、要素の各辺の長さは  $l_0$  (粒子間距離)、各辺の分割数は、 $n_x = L_x / l_0$ ,  $n_y = L_y / l_0$ ,  $n_z = L_z / l_0$  となる。そして、物体領域は要素の材料密度の有無 (1/0) によって与える。

#### 3.1 CA-IESO 法による解析

CA-IESO 法では、目標体積に達するまでは IESO 法による要素除去が行われる。そして、目標体積に達すると CA 法による付加が 1 回行われ、再度、複数回の IESO 法の繰り返しで要素除去が行われる。以上の繰り返しで、目標体積が満足された解 (残存要素数が  $\bar{N}_L$  以下となった解) のみを保存していく。IESO 法と CA 法の詳しい説明は、付録 A, B に示す。以上の解析は、与えられたステップ数連続で繰り返すことも可能だが、通常は、IESO 法で目標体積まで要素除去を行い、影響半径、目標体積等を調整することで設計目標に適合した 1 次解を求めた後、CA-IESO 法によって解形態をさらに進化させ、最終的な解を求めることになる。なお、CA-IESO 法では、最終ステップの解が必ずしも最適解とはならないため、保存された複数の解の中からコンプライアンス  $C$  と解形態を参照して最適解を選択することになる。

## 4. 解析例

### 4.1 2次元の解析例との比較

まず提案手法の有効性を検証するために、レベルセット法と MPS 法を用いた 2次元問題のトポロジー最適化で取り上げられている解析例<sup>6)</sup>との比較を行う。ただし、本研究では板厚方向を 2 ボクセル (要素) に分割し、面外方向の自由度を拘束して 3次元解析を行う。

Fig.2 は解析モデルを示す。解析諸元は、ヤング係数  $E$  を 210 [GPa]、ポアソン比  $\nu$  を 0.3 とする。また、領域のボクセル分割数は  $184 \times 60 \times 2$  とし、各節点に粒子を配置する。ただし、両側の  $2 \times 60 \times 2$  要素は HMPS 法で固定境界を表すための要素となる (粒子法では回転拘束を表すために複数の粒子が必要になるため)。また、HMPS 法の解析諸元は、粒子間距離  $l_0$  を 0.001 [m]、密度  $\rho$  を 7850 [kg/m<sup>3</sup>]、影響半径  $r_0$  を  $2.1l_0$ 、粘性係数  $\nu_{\text{MPS}}$  を 0.02 としている。

Fig.3 は、IESO 法により、鉛直荷重 (P) を 15 [N] に設定して微小変形解析を行った結果を示している。ただし、本解析では、目標体積比  $\bar{v}_r$  を 0.2、除去率  $\lambda$  を 0.05、影響半径倍率  $b_r$  を 3 としている。ただし、HMPS 法では、微妙な数値誤差により形態の対称性が保たれないため、設計変数 (要素密度) に対称条件を付加して解析を行っ

ている. Fig.3には, ボクセル有限要素法を用いた IESO 法<sup>3)</sup>の解析結果も示しているが, 両者はほぼ同じ形態になっており, 微小変形解析では十分な解析精度を有することがわかる.

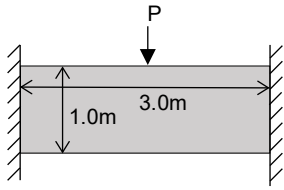


Fig.2 Analysis model of Both ends fixed beam



Fig.3 Topology optimization results of IESO method using HMPS and voxel FEM

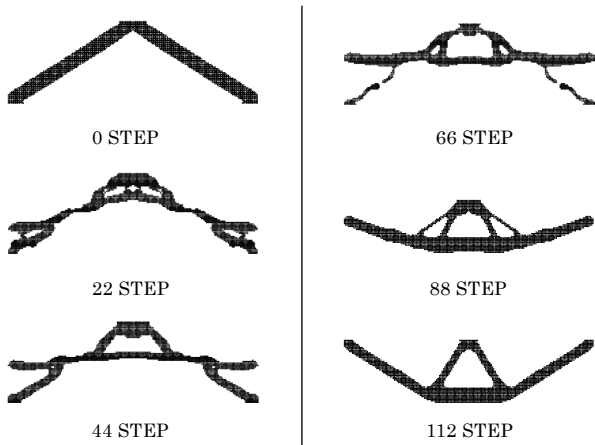


Fig.4 Evolution process by CA-IESO method



Fig.5 Deformation of HMPS topology in Fig.3 for 12910 times load

次に Fig.4 は, Fig.3 の解を 1 次解として, 荷重の大きさを 15[N] の 18,000 倍に変更し, CA-IESO 法によって解析を行った場合の進化過程を示している. ただし, CA-IESO 法の除去率  $\lambda$ , 付加率  $\lambda^{CA}$  は共に 0.01 としている. なお, Fig.3 の解の座屈荷重を HMPS 法で調べたところ 12,910 倍で Fig.5 に示すような飛び移り座屈が生じることを確かめている. Fig.4 より, この問題では, 微小変形解から進化させることで有限変形に対応した解形態が得られることがわかる. また, Fig.4 の 112 STEP の解は, 文献 6) の 2 次元問題の解析結果とほぼ同様の形態となっており, 本解析手法により有効な結果を導き出せることがわかる.

Fig.6 は, 同じ解析条件で, 荷重が 18,000 倍の場合の解 (Case 1) と荷重が 30,000 倍の場合の解 (Case 2) の形態とその変形状態を示したものである. 図に示すように, 荷重の大きさにより, 多少異なる

形態が得られ, どちらも座屈を生じていないことがわかる. Fig.7 は, 試しに荷重 18,000 倍で得られた解に 30,000 倍の荷重を加えた場合の変形を示しているが, この場合は飛び移り座屈を生じていることがわかる.

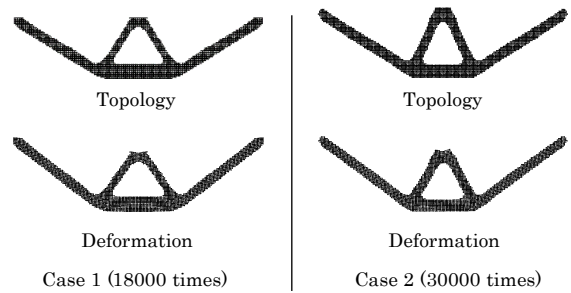


Fig.6 Topology and deformation for difference load magnification



Fig.7 Deformation of Case 1 solution in Fig.6 in case of applying 30000 times load

#### 4.2 3次元の解析例

次に, Fig.2 を 3 次元問題に拡張した解析例により, 本手法の有効性を検証する. 本解析では CA-IESO 法の解析に用いる初期形態を 5 つ検証する. 大きく分けると Fig.8 の左図に示すモデルの, 初期形態と, Fig.8 の左に示すモデルの要素を予め削った状態の, 右図に示す初期形態に分けられる. 前者を手法 1 とし, 後者を手法 2 としして解析を行った.

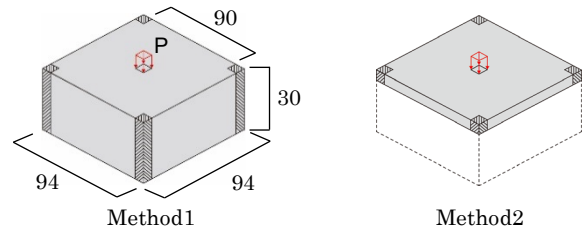


Fig.8 Analysis model

##### 4.2.1 手法 1 による有限変形を考慮した最適化形態

初めに, 手法 1 による解析で, Fig.8 の左図は解析モデル (固定設計領域) を示す. 解析諸元は, ヤング係数  $E$  を 210 [GPa], ポアソン比  $\nu$  を 0.3, 領域のボクセル分割数を  $94 \times 30 \times 94$  とする. ただし, 4 隅の  $2 \times 30 \times 2$  要素は HMPS 法で固定境界を表すための要素となる. また, HMPS 法の解析諸元は, 粒子間距離  $l_0$  を 0.001 [m], 密度  $\rho$  を  $7850 [\text{kg}/\text{m}^3]$ , 影響半径  $r_0$  を  $2.1l_0$ , 粘性係数  $\nu_{MPS}$  を 0.02 としている.

Fig.9 は, CA-IESO 法により, 鉛直荷重 (P) を 25 [N] に設定して微小変形解析を行った結果を示している. 本解析では, 目標体積比を 0.05, 除去率を 0.05, 影響半径倍率を 3 とし, IESO 法で 1 次解を求めた後, CA-IESO 法で 20 ステップ進化させている. ただし, 設計変数 (要素密度) に 2 軸対称条件を付加して解析を行っている.

Fig.9には、ボクセル有限要素法を用いた IESO 法 3)の解析結果も示しているが、両者はほぼ同じ形態になっていることがわかる。

次に Fig.10は、微小変形解析と同じ条件で、荷重の大きさを25[N]の10,000倍に変更し、IESO法によって解析を行った場合の除去過程を示している。ただし、LAST STEPの解は、55 STEPの解を1次解として、CA-IESO法で50ステップ進化させた結果である。

Fig.11は、同じ解析条件で、荷重が10,000倍の場合の解(Case 1)と荷重が30,000倍の場合の解(Case 2)の形態とその変形状態を示したものである。図に示すように、荷重の大きさにより、多少異なる形態が得られ、どちらも座屈を生じていないことがわかる。Fig.12は、荷重10,000倍で得られた解に飛び移り座屈が生じる荷重倍率を探したところ、36,700倍の荷重を加えた場合の変形を示している。3次元問題では、実際に設定した荷重倍率よりも非常に大きな耐力を示すことがわかる。

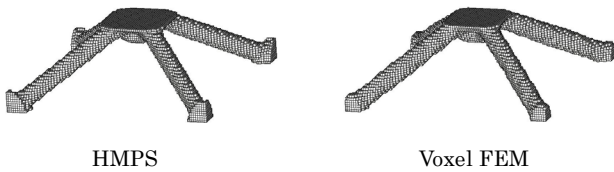


Fig.9 Topology optimization results of IESO method using HMPS and voxel FEM

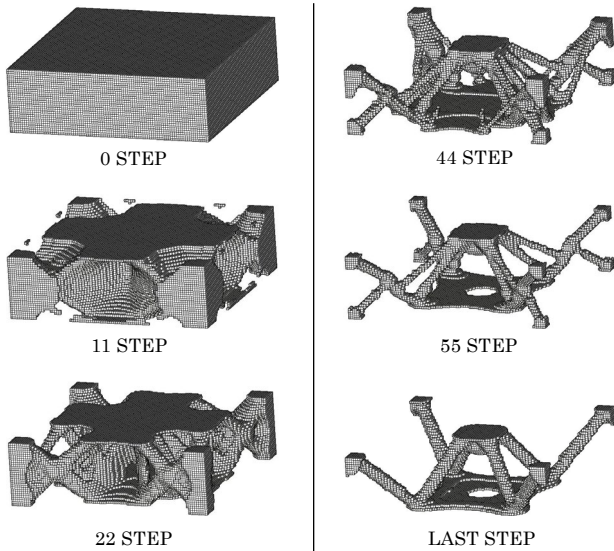


Fig.10 Evolution process by CA-IESO method

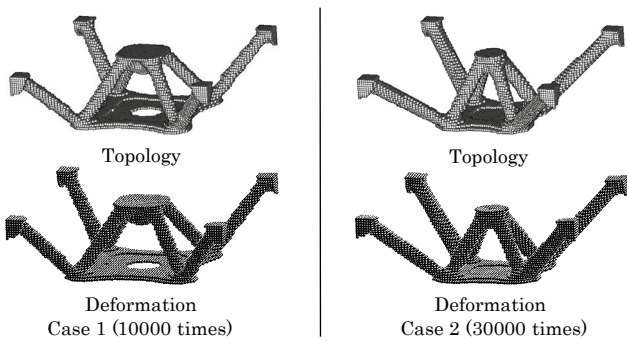


Fig.11 Topology and deformation for difference load magnification

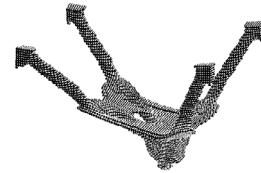


Fig.12 Deformation of Case 1 solutions in Fig.11 in case of applying 36700 times load

#### 4.2.2 手法2による最適化形態

次に、手法2による有限変形を考慮した最適化形態の解析を行う。解析モデルは、前項で求めた微小変形を考慮した最適化形態(Fig.9の左図)と、Fig.13に示す3つのモデルを初期形態とする最適化形態を求める。解析諸元は前項と同様である。Fig.14は、初期形態に微小変形を考慮した最適化形態を用いたCA-IESO法による有限変形を考慮した最適化形態である。この初期形態を用いた場合、荷重倍率60,000倍以上でなければ、形態の変化が見られず、求められた最適化形態も座屈荷重が設定された荷重倍率より下回る場合もみられた。

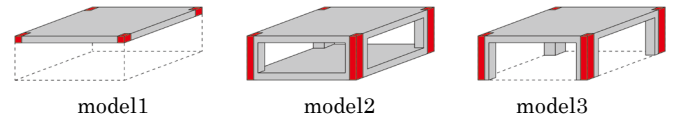


Fig.13 Analysis models

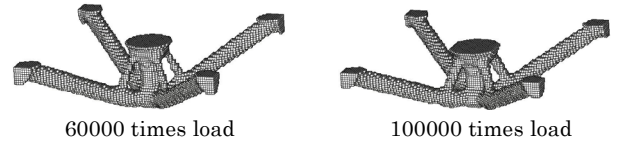


Fig.14 Topology optimization results of large deformation

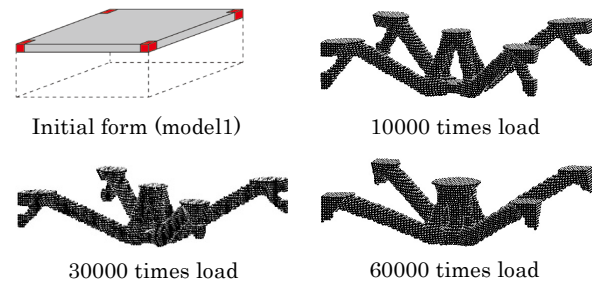


Fig.15 Topology optimization results of model1

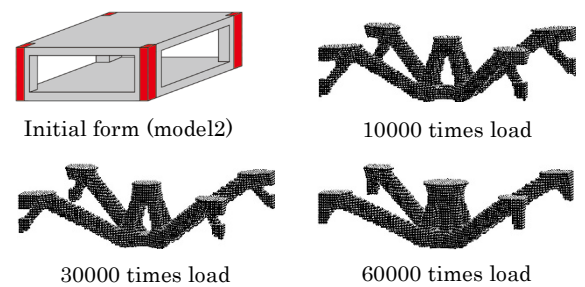


Fig.16 Topology optimization results of model2



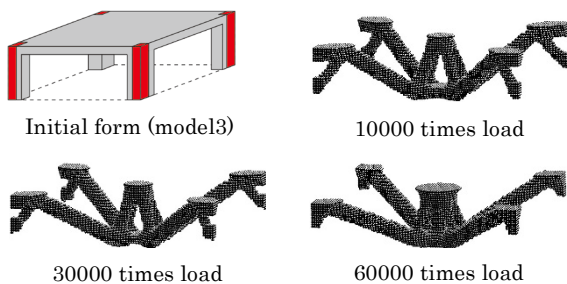


Fig.17 Topology optimization results of model3

Fig.15,16,17 に示すのは、Fig.13 に示すモデル 1~3 の CA-IESO 法による有限変形を考慮した最適化形態を求めた結果である。各モデルの荷重倍率に分けてみると、同様な最適化形態が得られ、かつ荷重倍率 60,000 倍以下で最適化形態が求められることができた。座屈荷重を調査したところ、3つのモデルには大差はなく、CA-IESO 法による設定荷重倍率よりも下回ることはなかった。加えて、荷重倍率 60,000 倍の最適化形態は、微小変形を考慮した最適化形態を初期形態としたときの、有限変形を考慮した最適化形態と同様な形態であり、手法 2 による解析では、初期形態に依存がないことが確かめられた。

## 5. まとめ

本研究では、ボクセル有限要素法の代わりに粒子法の一つである HMPS法を用い、トポロジー最適化手法としてCA-IESO法を用いた有限変形を考慮できる3次元構造形態創生手法を開発し、微小変形、大変形問題における有効性を検証した。その結果、以下の知見が得られた。

- (1) 2次元問題の既往の解析例との比較により、微小変形解は、ボクセル有限要素法の解とほぼ同様の形態が得られ、有限変形解は、2次元問題の解析結果<sup>6)</sup>とほぼ同様の形態が得られることがわかった。また、荷重の変化に対応して、より座屈の起きにくい形態に進化させることが可能であることがわかった。
- (2) 3次元問題の解析例により、2次元問題と同様に微小変形解は、ボクセル有限要素法の解とほぼ同様の形態が得られ、有限変形解は、荷重の変化に対応して、より座屈の起きにくい形態が得られることがわかった。

## 参考文献

- 1) 藤井大地, 岡部 諒, 真鍋匡利: CA-ESO 法とボクセル有限要素法を用いた3次元構造物の位相最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol.79, No.703, pp.1279-1286, 2014.9
- 2) 新内洋平, 松本慎也, 藤井大地: 改良型 ESO 法を用いた3次元構造物の位相最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol.81, No.723, pp.851-858, 2016.5
- 3) 新内洋平, 松本慎也, 藤井大地: IESO 法を用いた建築構造の形態創生鉛直荷重と地震荷重に抵抗する建物の自然形態, 日本建築学会構造系論文集, Vol.82, No.731, pp.97-103, 2017.1
- 4) 上村統一, 真鍋匡利, 松本慎也, 藤井大地: IESO 法を用いた連続体シェル構造の形態創生, 日本建築学会構造系論文集, Vol.83, No.745, pp.459-465, 2018.3
- 5) Walliston S. Fernandes, Valério S. Almeida, Francisco A. Neves, Marcelo Greco: Topology optimization applied to 2D elasticity problems considering the geometrical nonlinearity, Engineering Structures 100 (2015) 116-127
- 6) Yangjun Luo, Michael Yu Wang, Zhan Kang: Topology optimization of geometrically nonlinear structures based on an additive hyperelasticity technique, Comput Methods Appl. Mech. Engrg. 286 (2015) 422-441
- 7) M. Jansen, G. Lombaert, M. Schevenels: Robust topology optimization of structures with imperfect geometry based on geometric nonlinear analysis, Comput Methods Appl. Mech. Engrg. 285 (2015) 452-467
- 8) 真鍋匡利, 藤井大地: 粒子法を用いた発見的手法に基づく有限変形を伴う弾性体のトポロジー最適化, 日本建築学会大会学術講演梗概集(東北)構造 I, pp.349-350, 2009.8
- 9) 真鍋匡利, 山田崇恭, 泉井一浩, 西脇眞二: 粒子法を用いたレベルセット法による形状表現に基づくトポロジー最適化, 日本機械学会論文集(A編), 77巻784号, pp.2054-2066, 2011.12
- 10) 鈴木幸人, 越塚誠一: 非線型弾性体に対する粒子法の開発, 日本計算工学会論文集, 2007.1
- 11) 近藤雅裕, 鈴木幸人, 越塚誠一: 最小自乗近似による粒子法弾性解析手法の振動抑制, 日本計算工学会論文集, 2007.12
- 12) 菊池貴博, 道脇幸博, 越塚誠一, 神谷哲, 長田堯, 神野暢子, 外山義雄: 壁境界条件としてペナルティ法を導入した Hamiltonian MPS 法による超弾性体モデルの単軸圧縮シミュレーション, 日本計算工学会論文集, 2014.9
- 13) 久田俊明: 非線型有限要素法のためのテンソル解析の基礎, 丸善株式会社, 1992
- 14) 大森博司, 崔昌禹: 拡張 ESO 法による構造形態の創生—多目的適応構造とシェル構造への適用—, 日本建築学会構造系論文集, 第 552 号, pp.109-116, 2002.6
- 15) X. Huang, Y. M. Xie: Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method, Finite Elements in Analysis and Design 43 (2007) 1039-1049