

IESO 法を用いた無筋コンクリートシェルの 形態創生に関する研究

STUDY ON COMPUTATIONAL MORPHOGENESIS OF UNREINFORCED CONCRETE SHELL USING IESO METHOD

大谷 昂暉*
Koki OTANI*

The purpose of this study is to establish a computational morphogenesis method of unreinforced concrete shell using IESO method. For the morphogenesis method used in this study it is assumed that only body force such as gravity and earthquake inertial loads act on the rectangular design domain. By such a method, various optimum shell morphologies can be created simply by giving the boundary shape that supports the shell. In this paper, it is verified that this method can create shell morphologies that suitable for the site and the surrounding environment. Furthermore, it is showed that various shell morphologies can be created by setting a square support boundary and limiting the volume of the shell. In addition, it is also examined the case of the shell with the tilted foundation, and verified that the shell morphology suitable for the surrounding environment can be created.

Keywords : *Computational morphogenesis, Topology optimization, IESO method, Unreinforced concrete shell*
形態創生, 位相最適化, IESO 法, 無筋コンクリートシェル

1. はじめに

近年, 地球温暖化や廃棄物処理の問題と関連して, 建築物の長寿命化が課題となっている. しかし, 鉄筋コンクリートは, コンクリートの中性化が進むと鉄筋の錆による膨張でコンクリートが破壊されるため, 数百年単位での長寿命化は困難であることが知られている. これに対して, ローマ建築のパンテオンなどに使用されているローマン・コンクリートは, その強度は数千年保たれると言われており, このような材料技術^{1,2)}が進歩すれば, 建築物のさらなる長寿命化が期待される. また, 無筋コンクリートは, 建設用 3D プリンターの普及により, 将来的に需要が高まる可能性がある.

しかしながら, 無筋コンクリートは, 圧縮に比較して引張強度が弱い³⁾ため, 引張応力の生じにくい構造形式が望まれる. コンクリートシェルは, このような要求に応える構造形式である. しかし, 引張応力を完全に抑え込むシェルの形態を求めることは容易ではなく, 世界的に見ても, 無筋コンクリートで建設されたシェル建築は数少ない.

このような引張応力が生じないシェル形態を創生する方法として, ハイイツ・イスラー⁴⁾は, 吊り下げた布を石膏で固めて, それをひっくり返すことで, 引張応力がほとんど生じないシェル模型を作成し, これをもとに多くのコンクリートシェル建築物を設計・建設してい

る. このような実験的方法に対して, 大森⁵⁾は, 解析的に吊り下げ曲面を求める方法を提案しているが, これはシェル厚が厚い場合やシェル厚が変化する曲面には適用できない. このような問題に対して, 木村と大森^{5,6)}は, 数値計画法にもとづく最適化手法により, シェルの形状と厚さを同時に最適化する手法を提案している. しかし, このような方法においても, シェルの曲げ応力を完全に抑え込むことはできていない. これは, シェルの曲面形状を制御している補間関数の影響で設計空間が制約されるためと考えられる.

これに対して, 上村と藤井⁷⁾は, ボクセル分割された直方体固定設計領域の底面に, シェルを支持する線状の境界領域を設定するだけで, 重力や地震慣性力に抵抗する最適なシェル形態を創生できる手法を提案した. この方法では, 直方体固定設計領域を十分大きくとれば, 設計空間に制約がなく, 重力や地震慣性力に抵抗する最適なシェル形態の創生が可能となる. しかも, これは, シェルの形状, 厚さ, 位相 (穴の数) の同時最適化を行うことに相当しており, 無筋コンクリートシェルの形態創生に適した方法と言える.

そこで, 本研究では, 文献 7) で提案した形態創生手法により, これまでにない新しいシェル形態を創生し, これを実際に無筋コンクリートで製作し, 実際の生産可能性について検討することを目標としている. しかしながら, 文献 7) では, 手法の提案を主眼としてい

*1 近畿大学大学院 システム工学研究科大学院生

Graduate Student, Graduate School of Systems Engineering, Kindai Univ.

るため、半球シェル、円筒シェル、楕円シェルなどの基本的な解析例を示すに留まり、イスラーのシェルのような魅力的なシェル形態が提示できていなかった。そこで、本論文では、これまでにない新しいシェル形態の創生例として、シェルの支持境界線が矩形（今回は正方形）となる場合について検討を行う。また、一方で、東京ドームのように、周辺環境の制約からシェル屋根を支える基礎が傾斜する場合も考えられる。また、傾斜地にシェルを建設する場合、周辺地盤の傾斜に合わせたシェル形態が創生できれば、より風景に溶け込んだ建築物となる可能性がある。そこで、本論文では、シェルの支持境界線が傾斜した場合についても検討を行う。

なお、本論文の目的は、シェルを支持する境界形状の設定で多様なシェル形態を創生できることを示すことにあり、実際に制作するシェルの形態は、建築家が敷地の条件にしたがって、シェルを支持する境界線を自由に描くことで創生する（次回論文で発表予定）。

以下、本論文2章では、本論文に用いる最適化手法の概要を示す。3章では、基礎が水平の場合の形態創生例を示し、4章では、基礎が傾斜した場合の形態創生例を示す。5章では、以上で得られた知見についてまとめ、結論を導く。

2. 最適化手法の概要

本論文に用いる形態創生手法では、辺の長さ L_x, L_y, L_z の直方体固定設計領域を考え、これを均等な直方体要素（ボクセル）で分割する（各辺の要素分割数： n_x, n_y, n_z ）。そして、構造体の物理領域は要素の材料密度の有無（1/0）によって与える。この場合、要素各辺の長さは l_x, l_y, l_z は、 $l_x = L_x/n_x$ 、 $l_y = L_y/n_y$ 、 $l_z = L_z/n_z$ で与えられる。また、有限要素は8節点応力仮定法要素とし、全体剛性方程式の解法には前処理付き共役勾配法を用いる⁸⁾。

提案手法である IESO 法（+仕上アルゴリズム）では、構造体の要素数が目標要素数に達するまで、以下の進化ルールにしたがい、一方的に要素除去（材料密度 1→0）を行う。

$$\rho_i = 0 \quad \text{if} \quad \alpha_i < X_{cr} \quad ; i=1, \dots, N_L \quad (1)$$

ここで、 ρ_i, α_i は i 番目要素の要素密度と感度指標、 N_L は残存要素数、 X_{cr} は次式で定義される閾値である。

$$X_{cr} = \alpha_{av} - \eta_E \cdot \phi \quad (2)$$

ただし、

$$\alpha_{av} = \frac{1}{N_L} \sum_{i=1}^{N_L} \alpha_i, \quad \phi = \sqrt{\frac{1}{N_L} \sum_{i=1}^{N_L} (\alpha_i - \alpha_{av})^2} \quad (3)$$

(2)式の η_E は除去される要素数を制御するパラメータであり、IESO 法では、以下のようにプログラム内で自動計算される。まず入力データとして与える要素除去率を λ_E とすると、最適化の第 k ステップの目標除去要素数 $N_R^{(k)}$ は、次式で計算される。

$$N_R^{(k)} = \begin{cases} \lambda_E N_L^{(k-1)} & \text{if } (1 - \lambda_E) N_L^{(k-1)} \geq \bar{N}_L \\ N_L^{(k-1)} - \bar{N}_L & \text{if } (1 - \lambda_E) N_L^{(k-1)} < \bar{N}_L \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 $N_L^{(k-1)}$ は $(k-1)$ ステップの残存要素数、 \bar{N}_L は残存要素数の制約値（目標要素数）である。この時、第 k ステップの(2)式の η_E は、(2)式によって除去される要素数が $N_R^{(k)}$ に近くなるように 0.001 刻みで探査される。ただし、 $(1 - \lambda_E) N_L^{(k-1)} < \bar{N}_L$ の場合は、0.0001 刻みで探査される⁹⁾。

また、構造体の要素数が目標要素数に達すると、仕上アルゴリズムが適用される⁹⁾。この仕上アルゴリズムでは、CA 法による要素付加と IESO 法による要素除去が繰り返される。この時、CA 法の要素付加のルールは次式で表される。

$$\rho_{s_{ij}} = 1 \quad \text{if} \quad \alpha_i \geq \eta_A \cdot \alpha_{av} \quad ; i=1, \dots, N_L, \quad j=1, \dots, n_i \quad (5)$$

ここで、 s_{ij}, n_i は i 番目要素と面を共有する要素（ノイマン近傍要素）の要素番号と要素数（内部では 6、境界では 6 未満）を表す。また、 η_A は付加される要素数を制御するパラメータであり、要素付加率を λ_A^f とすると、第 k ステップの目標付加要素数は $\lambda_A^f N_L^{(k-1)}$ で与えられる。この時、第 k ステップの(5)式の η_A は、(5)式による付加要素数が $\lambda_A^f N_L^{(k-1)}$ 以下の場合、 η_A を 1 から 0.01 刻みで小さくして行き、 $\lambda_A^f N_L^{(k-1)}$ 以上となる値が探査される。また、(5)式の付加要素数が $1.5 \cdot \lambda_A^f N_L^{(k-1)}$ 以上となる場合は、 η_A を 1 から 0.01 刻みで大きくして行き、 $1.5 \cdot \lambda_A^f N_L^{(k-1)}$ 以下となる値が探査される。

また、(1)、(5)式の感度指標 α_i は、まず、有限要素解析から、各要素のコンプライアンス（外力仕事量）の要素密度に関する感度（要素ひずみエネルギーの 2 倍）を求め、次にそれを節点の感度に変換し、さらに、要素中心から影響半径 r_{min} の球体内に含まれる節点感度の重み付き平均から計算する⁸⁾。

また、重力や地震慣性力などの物体力は、ここで扱うボクセルがすべて同体積の 8 節点直方体要素であるため、次式で表される節点荷重として与える⁷⁾。

$$\begin{aligned} f_{X_j}^{(i)} &= (1/8) \cdot \rho_i \cdot \gamma \cdot (l_x \cdot l_y \cdot l_z) \cdot g_x \\ f_{Y_j}^{(i)} &= (1/8) \cdot \rho_i \cdot \gamma \cdot (l_x \cdot l_y \cdot l_z) \cdot g_y \\ f_{Z_j}^{(i)} &= (1/8) \cdot \rho_i \cdot \gamma \cdot (l_x \cdot l_y \cdot l_z) \cdot g_z \end{aligned} \quad (j=1, \dots, 8) \quad (6)$$

ここに、 $f_{X_j}^{(i)}, f_{Y_j}^{(i)}, f_{Z_j}^{(i)}$ は、ボクセル i の節点 j の節点荷重、 γ は単位体積質量、 $(l_x \cdot l_y \cdot l_z)$ はボクセルの体積、 g_x, g_y, g_z は X, Y, Z 方向の加速度を表す。

以上の解析に必要な入力データとしては、直方体固定設計領域の大きさ (L_x, L_y, L_z) 、分割数 (n_x, n_y, n_z) 、ヤング係数、ポアソン比、境界条件、荷重（物体力）条件がある。その他に、目標要素数比 $\bar{V}_r = \bar{N}_L / (n_x n_y n_z)$ 、感度計算における影響半径倍率 b_r ($r_{min} = b_r \cdot l_x$)、IESO 法の除去率 λ_E を入力する。また、本研究で用いるプログラムでは、目標要素数に達すると自動的に仕上アルゴリズムが始まるように設定しているため、仕上アルゴリズムにおける除去率 λ_E^f 、付加率 λ_A^f 、影響半径倍率 b_r^f もあらかじめ入力しておく必要がある。また、最適化のステップ数も、仕上アルゴリズムのステップ数も含めた総ステップ数 N_T で与えるようにしている。

3. 解析例（基礎が水平の場合）

まず、Fig.1 に示す固定設計領域の底面に、Fig.2 に示す正方形の支持条件を与えた例題の解析を行う。ただし、固定設計領域のボクセル分割数は $100 \times 100 \times 50$ とし、直方体固定設計領域の大きさも、 $100 \times 100 \times 50$ としている。また、ヤング係数は 20500、ポアソン比は 0.3、単位体積質量 γ は 1.0、重力加速度 g_z は 1.0 としている。なお、本手法で得られる最適形態は、荷重の大きさ、単位等には依存しないため、ここでは単位を省略している。なお、Fig.2 の黒塗りで示される境界要素の節点は X, Y, Z 方向に拘束としている。

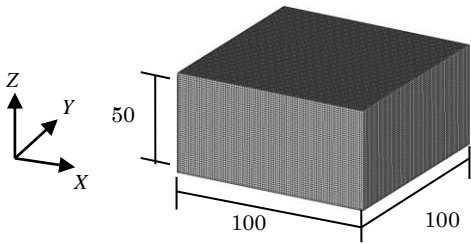


Fig.1 Fixed design domain of analysis (model 1)

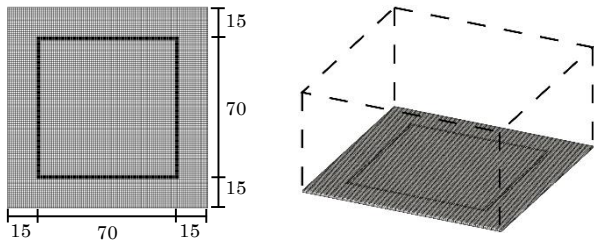


Fig.2 Support conditions in the bottom of fixed design domain

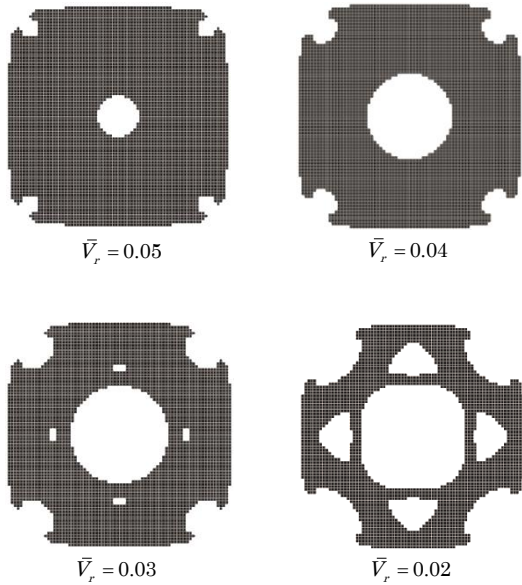


Fig.3 Optimal morphology (Top view)

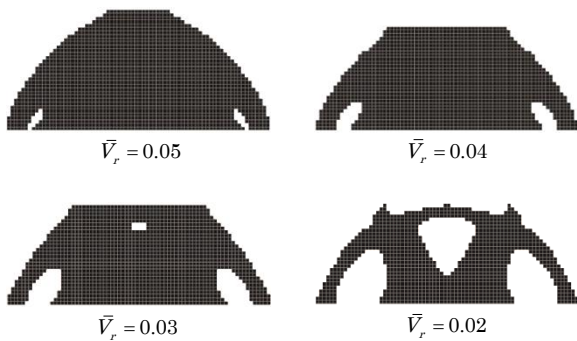


Fig.4 Optimal morphology (Side view)

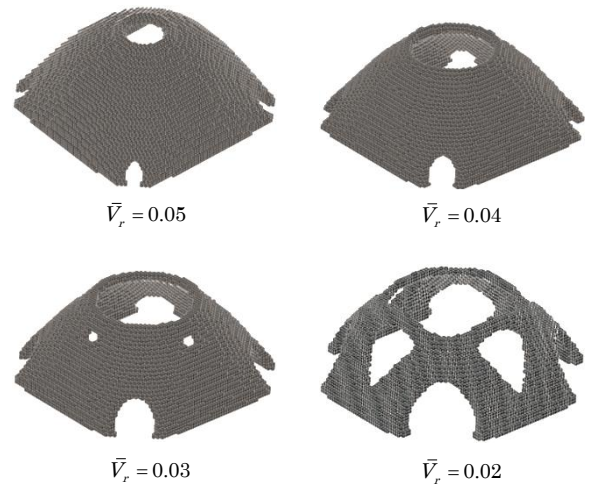


Fig.5 Optimal morphology (Perspective view from above)

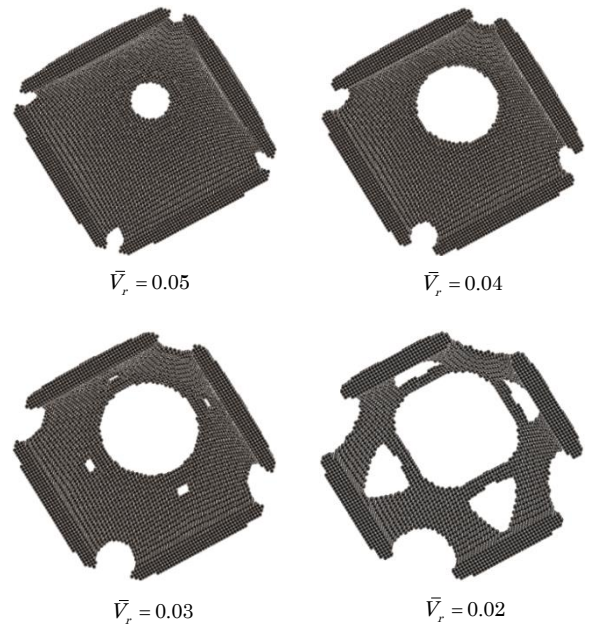


Fig.6 Optimal morphology (Perspective view from below)

Fig.3～Fig.6 は、目標要素数比 \bar{V}_r を変化させた場合のシェルの最適形態を示している。Fig.3 は上面図、Fig.4 は側面図、Fig.5 は上方から見た透視図、Fig.6 は下方から見た透視図を示す。ただし、最適化のパラメータは、総ステップ数 N_T を 100、IESO 法の除去率 λ_E を 0.05、影響半径倍率 b_r を 3、また、仕上過程の除去率 λ_E^f を 0.01、付加率 λ_A^f を 0.02、影響半径倍率 b_r^f を 3 で統一している。なお、これらの形態は、目標要素数比の制約を満足する解の中で、目的関数であるコンプライアンスが最小になったものを示している。Fig.3～Fig.6 より、目標要素数比 \bar{V}_r を変化させることにより、様々な開口形態を有する厚肉シェルが創生できることがわかる。

Fig.7 は、最適化のステップとコンプライアンス C の関係を示している。ただし、コンプライアンスは外力仕事量であり、この例題の場合、外力である重力は残存要素の減少とともに小さくなるため、図では、コンプライアンスを無次元量 $C/(C_0 \cdot V_r)$ で示している。な

お、 C_0 は初期構造のコンプライアンス、 V_r は各ステップの要素数である。最適化の過程では、 $\bar{V}_r = 0.05$ では55ステップ、 $\bar{V}_r = 0.04$ では60ステップ、 $\bar{V}_r = 0.03$ では65ステップ、 $\bar{V}_r = 0.02$ では73ステップで目標要素数比に達し、その後、仕上過程に移行している。目標要素数比に達した点をそれぞれ○印でFig.7に示す。Fig.7からわかるように、 $\bar{V}_r = 0.02$ 以外では、目標要素数比に達してからコンプライアンスは収束しているが、 $\bar{V}_r = 0.02$ では、コンプライアンスが仕上過程で増加している。実際、 $\bar{V}_r = 0.02$ では、最適解は76ステップで得られており、仕上げが十分でないことがわかる。

そこで、Fig.8は、 $\bar{V}_r = 0.02$ の問題に対して、総ステップ数 N_T を200とし、50ステップから仕上過程に移行させて解析した結果を示している。ただし、この場合、目標要素数比に達するまでCA法による付加アルゴリズムは適用されない。Fig.8より、この場合の解は、Fig.3~Fig.6に示す解に比較して、開口部周辺がより滑らかな形態になっていることがわかる。なお、この解析では、161ステップで目標要素数比に達し、そこで最適解が得られている。すなわち、このような物体力が加わる問題では、付加と除去を繰り返すアルゴリズムは、別の局所解に導くことになり、有効な仕上げとはならないと考えられる。また、Fig.7から、他の目標要素数比の最適化の過程を見ても、仕上過程のコンプライアンスはほとんど一定であり、付加と除去を繰り返す仕上過程は必要ないことがわかる。

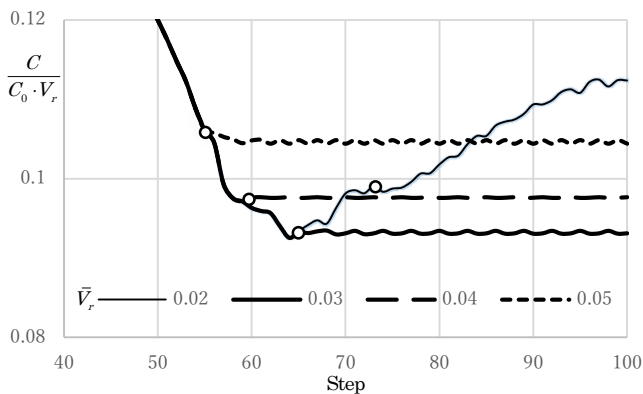


Fig.7 Optimization process of compliance

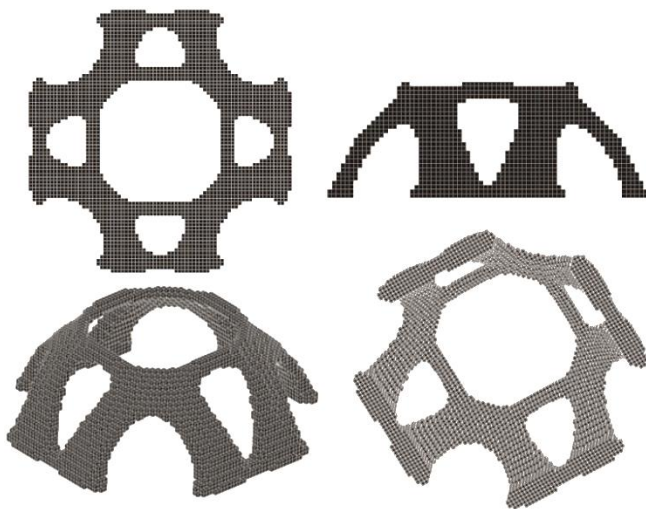


Fig.8 Optimal morphology ($\bar{V}_r = 0.02$)

4. 解析例 (基礎が傾斜した場合)

次に、Fig.1に示す固定設計領域に、Fig.9に示すようにX軸方向に傾斜させた基礎を設けた場合の解析を行う。なお、この場合の基礎部分は密度0の設計固定要素とし、拘束条件は、Fig.10に示す黒塗りの要素節点のみにX,Y,Z方向拘束を与えている。その他の解析諸元は、Fig.1の解析モデルと同じである。

Fig.11~Fig.14は、目標要素数比 \bar{V}_r を変化させた場合のシェル最適形態を示している。Fig.11は上面図、Fig.12は側面図、Fig.13は上方から見た透視図、Fig.14は下方から見た透視図を示す。ただし、最適化のパラメータは、 λ_E を0.05、 b_r を3、 λ_E^f を0.01、 λ_A^f を0.02、 b_r^f を3で統一している。Fig.8の解析と同様に N_T を200とし50ステップから仕上過程に移行させて解析した結果を示している。Fig.11~Fig.14より、この場合は、基礎が平面の場合に比較して、目標要素数比 \bar{V}_r の変化によってさらに多様な形態が得られることがわかる。

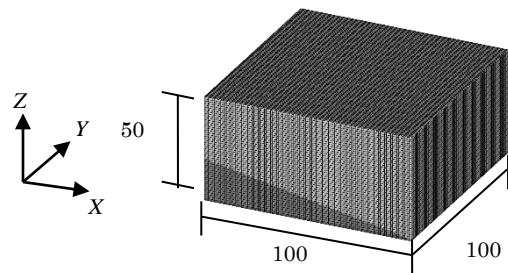


Fig.9 Fixed design domain of analysis (model 2)

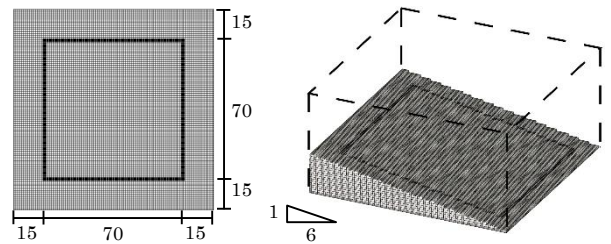


Fig.10 Support conditions in the bottom of fixed design domain

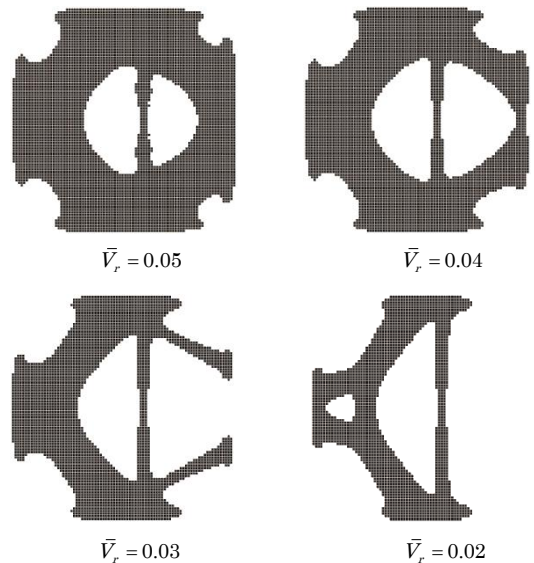


Fig.11 Optimal morphology (Top view)

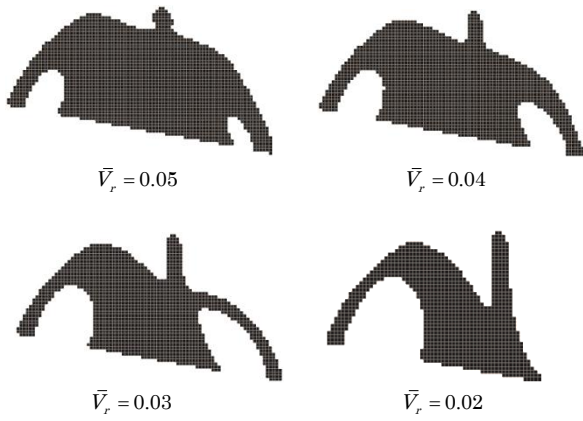


Fig.12 Optimal morphology (Side view)

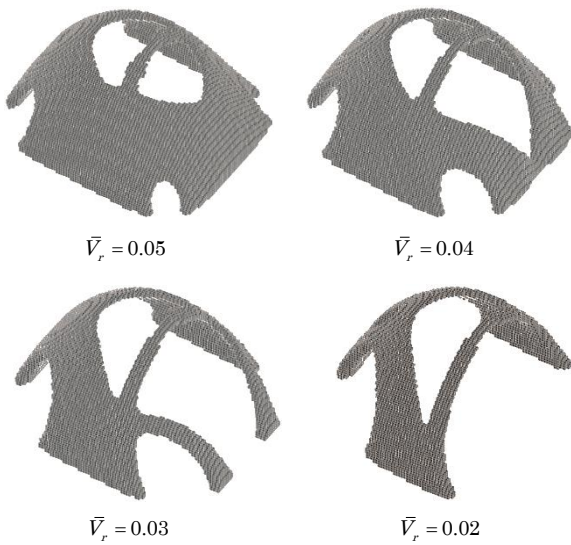


Fig.13 Optimal morphology (Perspective view from above)

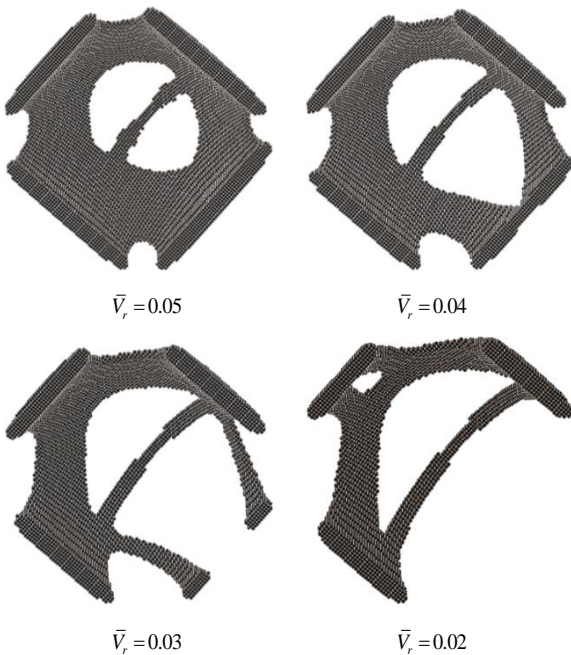


Fig.14 Optimal morphology (Perspective view from below)

4. 解析例（基礎を長方形とした場合）

Fig.15 に示す固定設計領域の底面に、Fig.16 に示す長方形の支持条件を与えた例題の解析を行う。ただし、固定設計領域のボクセル分割数は $120 \times 100 \times 50$ とし、直方体固定設計領域の大きさも、 $120 \times 100 \times 50$ としている。その他の解析諸元は、Fig.1 の解析モデルと同じである。

Fig.17~Fig.20 は、目標要素数比 を変化させた場合のシェル最適形態を示している。Fig.17 は上面図、Fig.18 は側面図、Fig.19 は上方から見た透視図、Fig.20 は下方から見た透視図を示す。ただし、最適化のパラメータは、 λ_E を 0.05、 b_r を 3、 λ_E^f を 0.01、 λ_A^f を 0.02、 b_r^f を 3 で統一している。Fig.8 の解析と同様に N_T を 200 とし 50 ステップから仕上過程に移行させて解析した結果を示している。

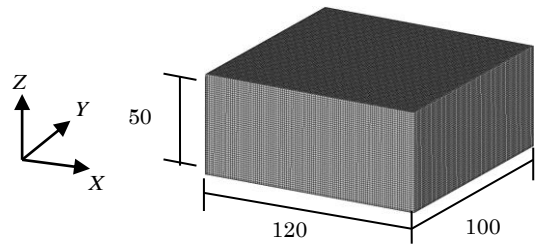


Fig.15 Fixed design domain of analysis (model 3)

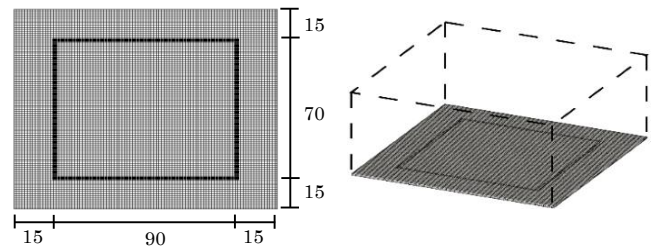


Fig.16 Support conditions in the bottom of fixed design domain

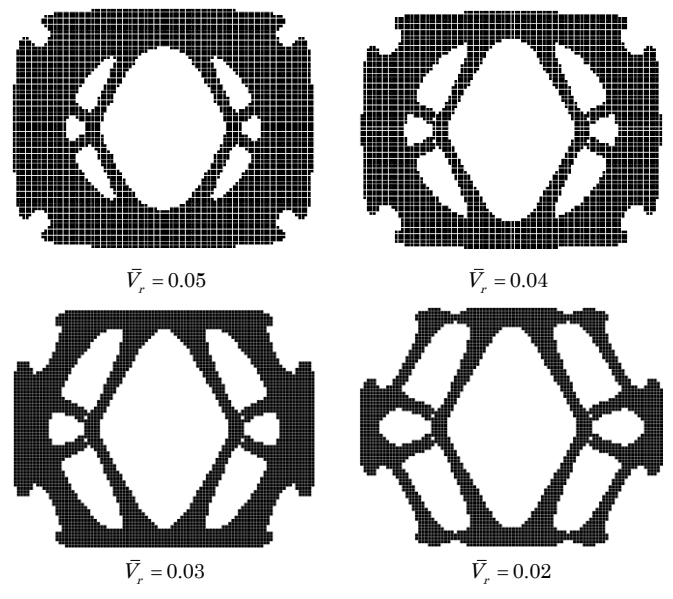


Fig.17 Optimal morphology (Side view)

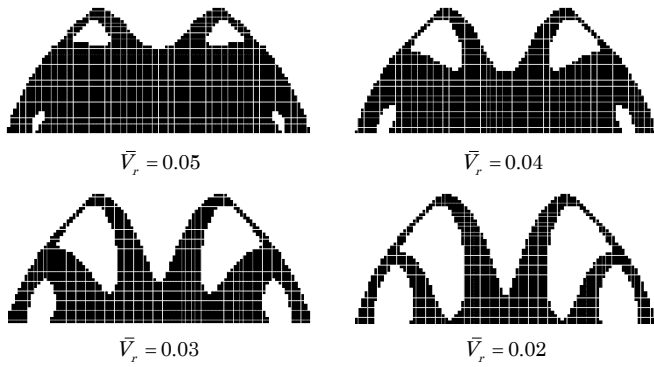


Fig.18 Optimal morphology (Top view)

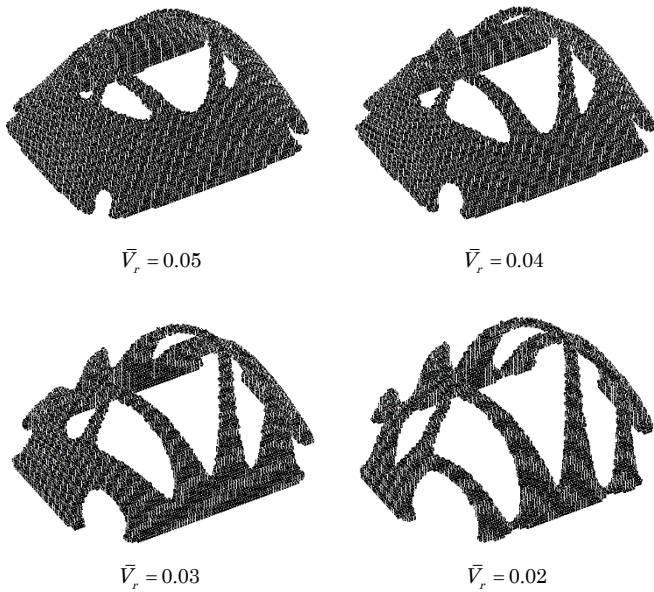


Fig.19 Optimal morphology (Perspective view from above)

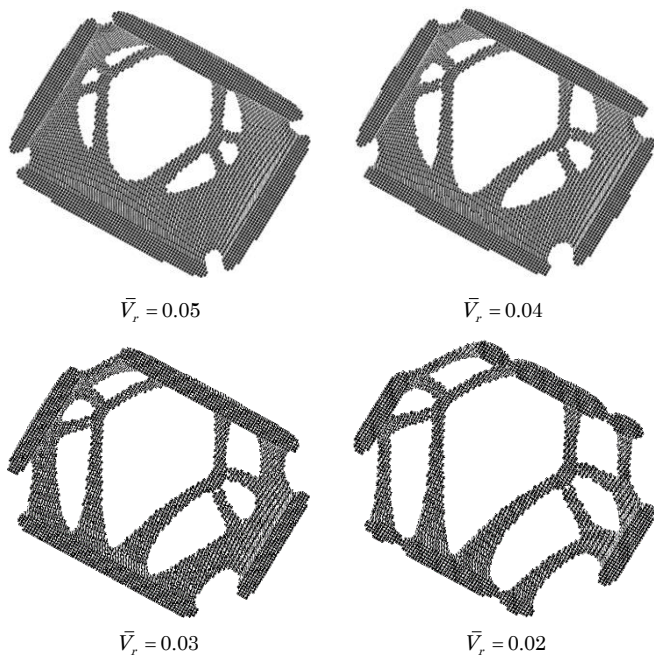


Fig.20 Optimal morphology (Perspective view from below)

5. まとめ

本論文では、上村、藤井ら⁷⁾が開発したシェル構造の形態創生手法 (IESO 法) を用いて、敷地条件や周辺環境の制約下で、どの程度多様なシェル形態が創生されるかを検討するため、矩形の敷地、傾斜した基礎等を想定し、正方形境界を有するシェルの形態創生を試みた。その結果、以下のような知見が得られた。

- (1) シェルの目標要素数比を変化させることで、多様なシェル形態を創生できる。また、基礎を傾斜させることで、その多様性はより顕著となり、様々な開口形式が選択できることがわかった。
- (2) 本論文に示した解析例では、付加と除去を繰り返す仕上過程は有効に機能せず、開口部が大きくなる場合は、仕上過程でコンプライアンスが上昇し、別の局所解に導かれる傾向にあることがわかった。また、このような問題に対しては、目標要素数比に達する前に仕上過程に移行し、除去率を小さくして目標要素数比に収束させることで、より滑らかなシェル形態が得られることがわかった。

以上から、IESO 法により、シェルの支持境界線の設定や基礎の傾斜によって多様なシェル形態を創生できることが明らかになった。なお、本論文の目的は、シェルを支持する境界形状の設定で多様なシェル形態を創生できることを示すことにあり、実際に制作するシェルの形態は、建築家が敷地の条件にしたがって、シェルを支持する境界線を自由に描くことで形態創生を行う予定である。

謝辞

本論文の解析例のモデル作成には、(株)くいとんの VOXELCON を利用している。(株)くいとんの石井恵三氏、英山寛之氏に、研究室で開発したプログラムとのデータリンクについて技術協力を受けたことに感謝の意を表する。

参考文献

- 1) Ning Zhang, Philippe Carrez, and Rouzbeh Shahsvari : Screw-Dislocation-Induced Strengthening – Toughening Mechanisms in Complex Layered Materials: The Case Study of Tobermorite, ACS Applied Materials & Interfaces, 9, 1496-1506, 2017
- 2) 齊藤正, 寺井雅和, 難波義郎 : 瀬戸内に建つ版築建築の設計および施工-版築の材料特性に関する実験的研究-, 日本建築学会技術報告集, Vol.24, No.57, pp.487-490, 2018.6
- 3) H. Isler : Generating Shell Shapes by Physical Experiments, Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures: IASS 1993, Vol.34, pp.53-63, 1993
- 4) 大森博司 : 設計用原型曲面の形態解析, 生産研究, 47 巻 1 号, 1995.1
- 5) 木村俊明, 大森博司 : 形状と厚さの同時最適化手法の定式化とその応用 自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案 (その 1), 日本建築学会構造系論文集, Vol.74, No.640, pp.1091-1098, 2009.6
- 6) 木村俊明, 大森博司 : 形状と厚さの同時最適化手法の構造位相決定問題への応用 自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案 (その 2), 日本建築学会構造系論文集, Vol.75, No.648, pp.367-376, 2010.2
- 7) 上村紘一, 眞鍋匡利, 松本慎也, 藤井大地 : IESO 法を用いた連続体シェル構造の形態創生, 日本建築学会構造系論文集, Vol.83, No.745, pp.459-465, 2018.3
- 8) 新内洋平, 松本慎也, 藤井大地 : 改良型 ESO 法を用いた 3 次元構造物の位相最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol.81, No.723, pp.851-858, 2016.5
- 9) 新内洋平, 松本慎也, 藤井大地 : IESO 法を用いた建築構造の形態創生 鉛直荷重と地震荷重に抵抗する建物の自然形態, 日本建築学会構造系論文集, Vol.82, No.731, pp.97-103, 2017.1