

構造演習・演習 5 (基本演習・ラーメン/変形計算)

[1] テキスト (はじめて学ぶ建築構造力学, 森北出版) にある構造力学の例題を Excel の構造解析ソフトを用いて解き, 解を確認せよ。このとき, 構造物内にピン接合があるモデルにおいて, ピン接合を扱うために, 解析では微小要素を設け, その部材の断面 2 次モーメント I を微小な値とすることで近似的に取り扱うこととせよ。

※作成した Excel ファイルのファイル名は「学籍番号+演習 5-1 (ラーメン) .xlsx」とし提出せよ
 このとき, 問題[1], [2]ともに各モデル(a)~(h)のうち, 最低 2 つ以上のモデルの計算結果を示すこと。

ラーメンの応力 (テキスト p. 60)

図 3.63 に示すラーメンの応力 (軸方向力, せん断力, 曲げモーメント) を求め, 応力図を示せ。ただし, 図 (g), (h) の 3 ヒンジラーメンは, 曲げモーメントのみを求め, 曲げモーメント図を示すものとする。

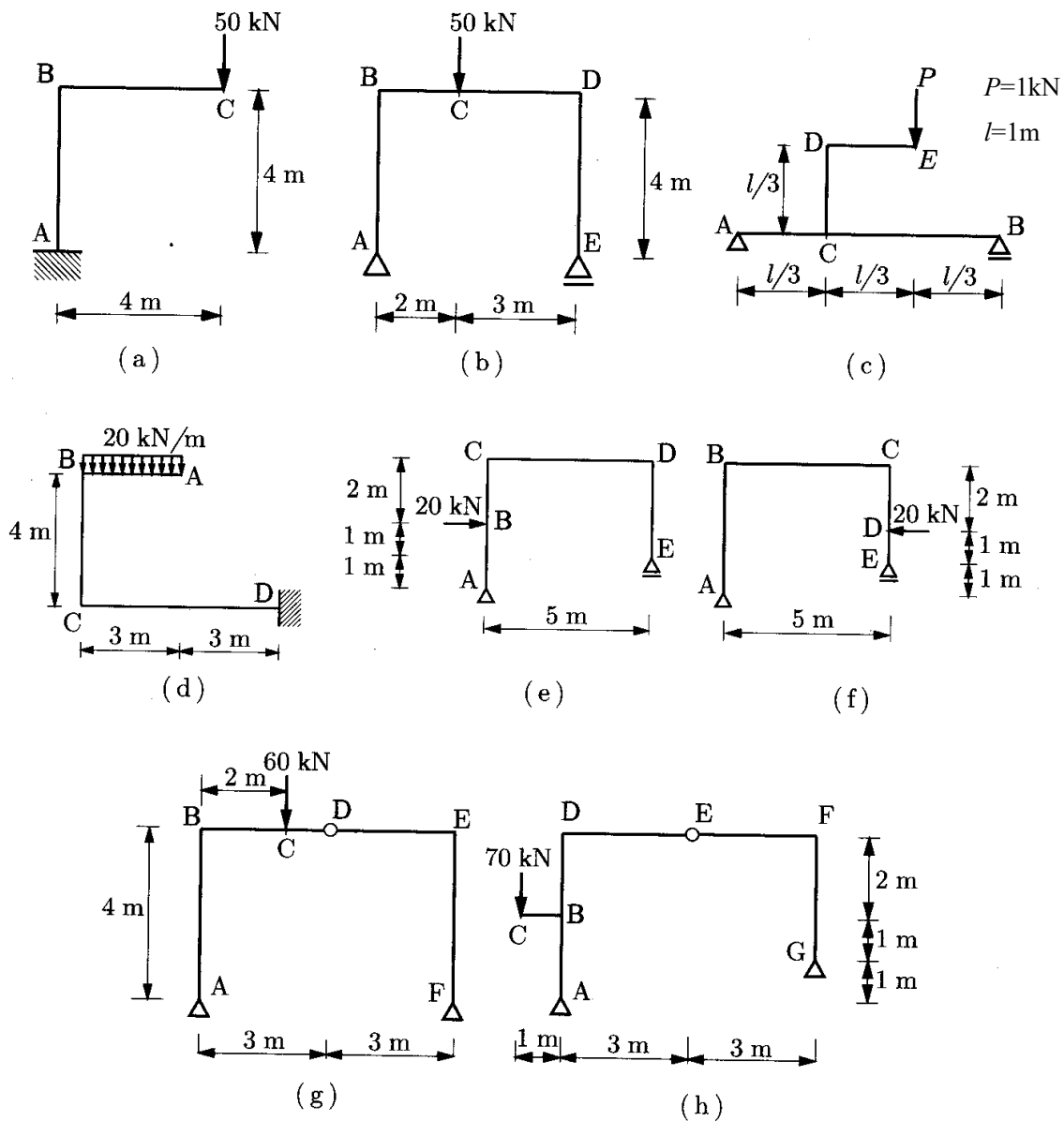
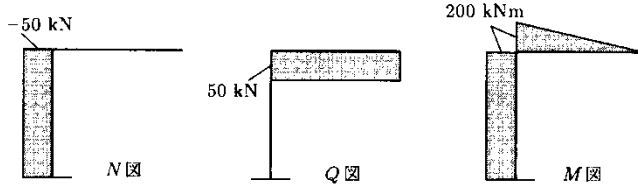


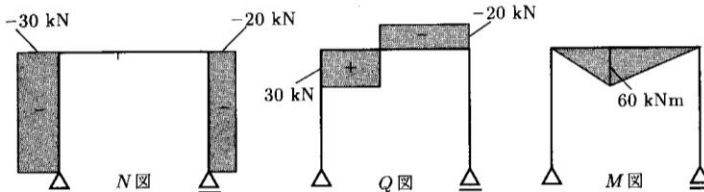
図 3.63 ラーメンの応力

【解】

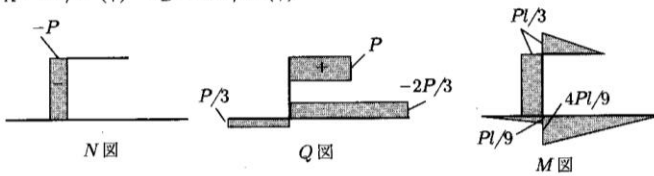
(a) $H_A = 0$ [kN] $V_A = 50$ [kN] (\uparrow) $M_A = 200$ [kNm] (\curvearrowright)



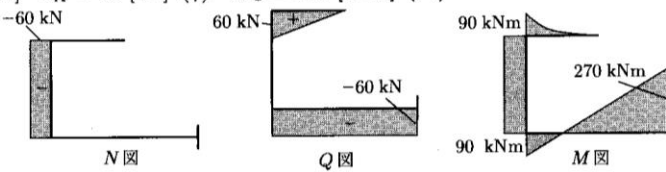
(b) $H_A = 0$ [kN] $V_A = 30$ [kN] (\uparrow) $V_B = 20$ [kN] (\uparrow)



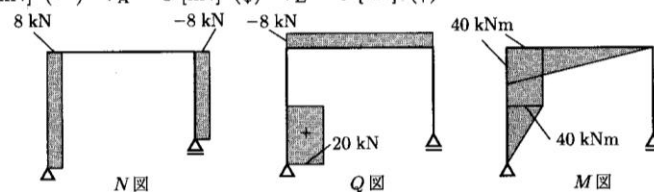
(c) $H_A = 0$ $V_A = P/3$ (\uparrow) $V_B = 2P/3$ (\uparrow)



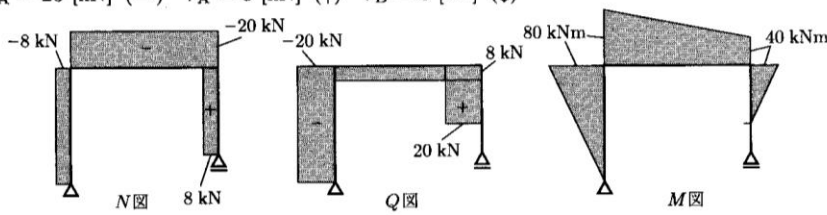
(d) $H_D = 0$ [kN] $V_A = 60$ [kN] (\uparrow) $M_C = 270$ [kNm] (\curvearrowright)



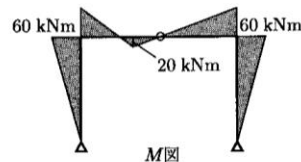
(e) $H_A = 20$ [kN] (\leftarrow) $V_A = 8$ [kN] (\downarrow) $V_E = 8$ [kN] (\uparrow)



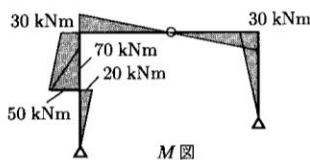
(f) $H_A = 20$ [kN] (\rightarrow) $V_A = 8$ [kN] (\uparrow) $V_B = 8$ [kN] (\downarrow)



(g) $H_A = 15$ [kN] (\rightarrow) $V_A = 40$ [kN] (\uparrow) $H_F = 15$ [kN] (\leftarrow) $V_B = 20$ [kN] (\uparrow)

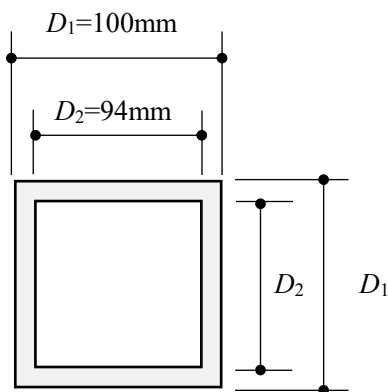


(h) $H_A = 10$ [kN] (\leftarrow) $V_A = 80$ [kN] (\uparrow) $H_G = 10$ [kN] (\rightarrow) $V_G = 10$ [kN] (\downarrow)



[2] [1]で解いた力学モデルにおいて、部材を構成する材料は鋼材（ヤング係数 $E=2.05 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ ，基準強度 $F=235 \text{ N/mm}^2$ ）とし、部材の断面形状は下図に示すような角形鋼管とした場合、各部材の応力度比を計算し、作用させている荷重は最大何 kN まで耐えられるかを示す最大耐力 P_{max} (kN) を求めよ。このとき、荷重が分布荷重で与えられている場合、最大分布荷重 w_{max} (N/mm 又は kN/m) の値を求めよ。このとき、各物理量の単位は、長さの単位には mm，力の単位には N を用いて計算し、解を求めよ。ただし、荷重が複数作用しているモデルでは、それぞれの荷重が比例倍して作用するものとし、大きい方の荷重を基準として最大耐力を求めよ。

※ 構造物内にピン接合があるモデルにおいて、ピン接合を扱うために、解析では微小要素を設け、その部材の断面 2 次モーメント I を微小な値とすることで近似的に取り扱うこととせよ。



断面積 A

$$A = D_1^2 - D_2^2 = 100^2 - 94^2 = 1164 \text{ mm}^2$$

断面 2 次モーメント I

$$I = \frac{D_1^4}{12} - \frac{D_2^4}{12} = \frac{100^4}{12} - \frac{94^4}{12} = 1.827 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

断面係数 Z

$$Z = \frac{I}{(D_1/2)} = \frac{1.827 \times 10^6}{100/2} = 36.542 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

【解】

Excel 構造解析ソフトの計算結果，構造力学解答等より

- | | | | |
|------------|--------|------------------|-------------|
| (a) 最大応力度比 | 23.47 | 最大耐力 P_{max} | 2.130 kN |
| (b) 最大応力度比 | 6.987 | 最大耐力 P_{max} | 7.156 kN |
| (c) 最大応力度比 | 0.0518 | 最大耐力 P_{max} | 19.32 kN |
| (d) 最大応力度比 | 31.44 | 最大分布荷重 w_{max} | 0.6361 N/mm |
| (e) 最大応力度比 | 4.6872 | 最大耐力 P_{2max} | 4.267 kN |
| (f) 最大応力度比 | 9.3891 | 最大耐力 P_{max} | 2.130 kN |
| (g) 最大応力度比 | 7.1334 | 最大耐力 P_{max} | 8.411 kN |
| (h) 最大応力度比 | 8.1515 | 最大耐力 P_{max} | 8.587 kN |

[3] テキスト (はじめて学ぶ建築構造力学, 森北出版) にある構造力学の例題を Excel の構造解析ソフトを用いて解き, 解を確認せよ。このとき, 各問題において l や w, P, M, E, I など, 数値ではなくアルファベットで表記される変数として条件が与えられているものは, 単位長さ ($l=1$), 単位荷重 ($w=1, P=1, M=1$), 単位定数等 ($E=1, I=1$), として扱い, 数値的に変形解を確認すればよい。

※作成した Excel ファイルのファイル名は「学籍番号+演習 5-2 (変形計算) .xlsx」とし提出せよ。このとき, 問題[3]のモデル(a)~(f)のうち, 最低3つ以上のモデルの計算結果を示すこと。

変形計算 (テキスト p. 141)

図 7.49 の指定された点のたわみ v およびたわみ角 θ を, 弾性曲線式を用いて求めよ。ただし, 指定のない問題の EI は一定とする。

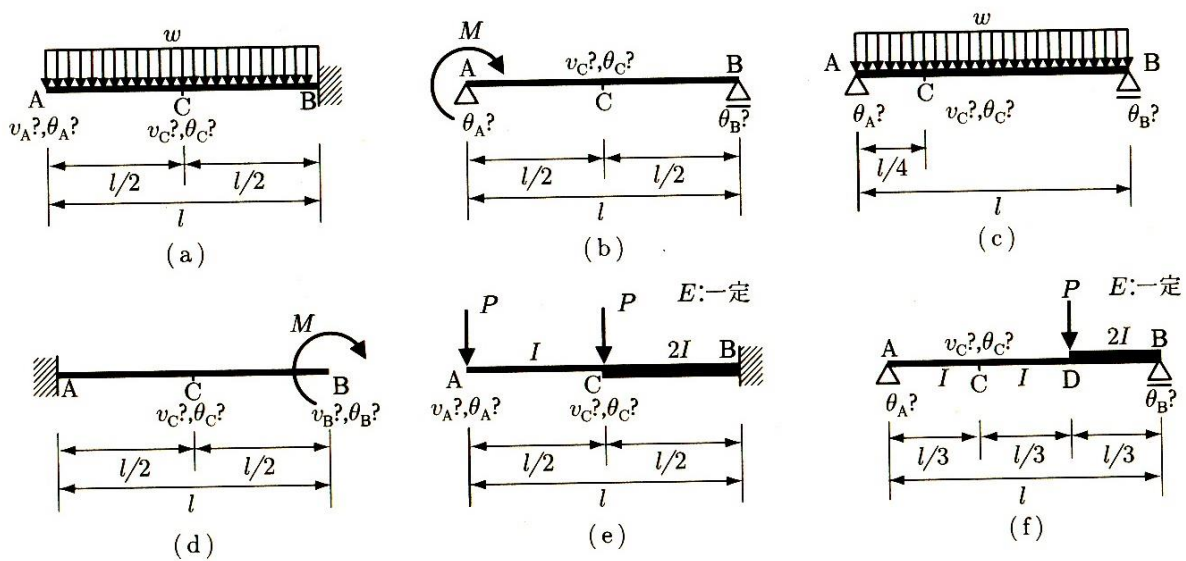
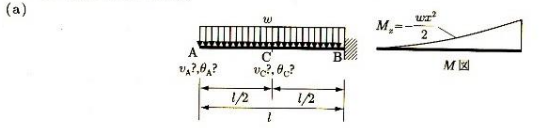


図 7.49 弾性曲線式を用いる問題

【解】

7.1 弾性曲線式を用いる方法

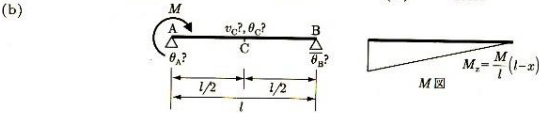


$$\frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = \frac{w}{2EI}x^2 \quad \theta = \frac{dv}{dx} = \frac{w}{6EI}x^3 + C_1 \quad v = \frac{w}{24EI}x^4 + C_1x + C_2$$

$$v(l) = 0 \rightarrow C_1 = -\frac{wl^3}{6EI}, \quad v(0) = 0 \rightarrow C_2 = \frac{wl^4}{8EI}$$

$$\theta = \frac{w}{6EI}x^3 - \frac{wl^3}{6EI}, \quad v = \frac{w}{24EI}x^4 - \frac{wl^3}{6EI}x + \frac{wl^4}{8EI}$$

$$\theta_A = \theta(0) = -\frac{wl^3}{6EI}, \quad v_A = v(0) = \frac{wl^4}{8EI}, \quad \theta_C = \theta\left(\frac{l}{2}\right) = -\frac{7wl^3}{48EI}, \quad v_C = v\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{17wl^4}{384EI}$$



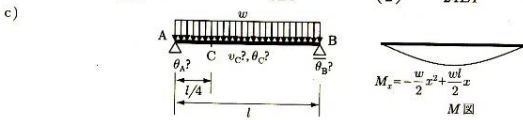
$$\frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = -\frac{M}{EI}(1-x) \quad \theta = \frac{M}{2EI}(1-x)^2 + C_1$$

$$v = -\frac{M}{6EI}(1-x)^3 + C_1x + C_2$$

$$v(0) = 0 \rightarrow C_2 = \frac{Ml^2}{6EI}, \quad v(l) = 0 \rightarrow C_1 = -\frac{Ml}{6EI}$$

$$\theta = \frac{M}{2EI}(1-x)^2 - \frac{Ml}{6EI}, \quad v = -\frac{M}{6EI}(1-x)^3 - \frac{Ml}{6EI}x + \frac{Ml^2}{6EI}$$

$$\theta_A = \theta(0) = \frac{Ml}{3EI}, \quad \theta_B = \theta(l) = -\frac{Ml}{6EI}, \quad \theta_C = \theta\left(\frac{l}{2}\right) = -\frac{Ml}{24EI}, \quad v_C = v\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{Ml^2}{16EI}$$



$$\frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = \frac{w}{2EI}x^2 - \frac{wl}{2EI}x, \quad \theta = \frac{w}{6EI}x^3 - \frac{wl}{4EI}x^2 + C_1$$

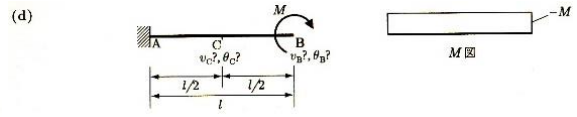
$$v = \frac{w}{24EI}x^4 - \frac{wl}{12EI}x^3 + C_1x + C_2$$

$$v(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0, \quad v(l) = 0 \rightarrow C_1 = \frac{wl^3}{24EI}$$

$$\theta = \frac{w}{6EI}x^3 - \frac{wl}{4EI}x^2 + \frac{wl^3}{24EI}, \quad v = \frac{w}{24EI}x^4 - \frac{wl}{12EI}x^3 + \frac{wl^3}{24EI}x$$

$$\theta_A = \theta(0) = \frac{wl^3}{24EI}, \quad \theta_B = \theta(l) = -\frac{wl^3}{24EI}$$

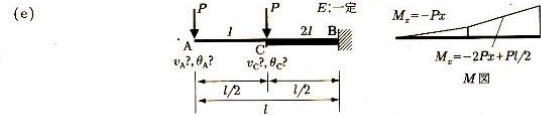
$$\theta_C = \theta\left(\frac{l}{4}\right) = \frac{11wl^3}{384EI}, \quad v_C = v\left(\frac{l}{4}\right) = \frac{19wl^4}{2048EI}$$



$$\frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = \frac{M}{EI}, \quad \theta = \frac{dv}{dx} = \frac{M}{EI}x + C_1, \quad v = \frac{M}{2EI}x^2 + C_1x + C_2$$

$$\theta(0) = 0 \rightarrow C_1 = 0, \quad v(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0 \quad \theta = \frac{M}{EI}x, \quad v = \frac{M}{2EI}x^2$$

$$v_B = v(l) = \frac{Ml^2}{2EI}, \quad \theta_B = \theta(l) = \frac{Ml}{EI}, \quad v_C = v\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{Ml^2}{8EI}, \quad \theta_C = \theta\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{Ml}{2EI}$$



(AC間)

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = \frac{P}{EI}x, \quad \theta = \frac{P}{2EI}x^2 + C_1, \quad v = \frac{P}{6EI}x^3 + C_1x + C_2$$

(CB間)

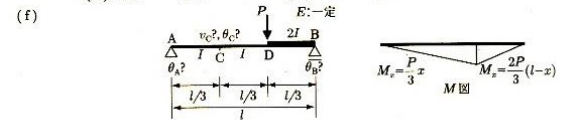
$$\frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = \frac{P}{EI}x - \frac{Pl}{4EI}, \quad \theta = \frac{P}{2EI}x^2 - \frac{Pl}{4EI}x + C_3, \quad v = \frac{P}{6EI}x^3 - \frac{Pl}{8EI}x^2 + C_3x + C_4$$

$$\theta(l)|_{CB} = 0 \rightarrow C_3 = -\frac{Pl^2}{4EI}, \quad v(l)|_{CB} = 0 \rightarrow C_4 = \frac{5Pl^3}{24EI}$$

$$\theta\left(\frac{l}{2}\right)|_{AC} = \theta\left(\frac{l}{2}\right)|_{CB} \rightarrow C_1 = -\frac{3Pl^2}{8EI}, \quad v\left(\frac{l}{2}\right)|_{AC} = v\left(\frac{l}{2}\right)|_{CB} \rightarrow C_2 = \frac{23Pl^3}{96EI}$$

$$\theta_A = \theta(0)|_{AC} = -\frac{3Pl^2}{8EI}, \quad v_A = v(0)|_{AC} = \frac{23Pl^3}{96EI}$$

$$\theta_C = \theta\left(\frac{l}{2}\right)|_{AC} = -\frac{Pl^2}{4EI}, \quad v_C = v\left(\frac{l}{2}\right)|_{AC} = \frac{7Pl^3}{96EI}$$



(AD間)

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = -\frac{P}{3EI}x, \quad \theta = -\frac{P}{6EI}x^2 + C_1, \quad v = -\frac{P}{18EI}x^3 + C_1x + C_2$$

(DB間)

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = -\frac{P}{3EI}(l-x), \quad \theta = \frac{P}{6EI}(l-x)^2 + C_3, \quad v = -\frac{P}{18EI}(l-x)^3 + C_3x + C_4$$

$$v(0)|_{AD} = 0 \rightarrow C_2 = 0, \quad v(l)|_{DB} = 0 \rightarrow C_4 = -C_3l$$

$$\theta\left(\frac{2l}{3}\right)|_{AD} = \theta\left(\frac{2l}{3}\right)|_{DB} \rightarrow C_1 - C_3 = \frac{5Pl^2}{54EI}$$

$$v\left(\frac{2l}{3}\right)|_{AD} = v\left(\frac{2l}{3}\right)|_{DB} \rightarrow 2C_1 + C_3 = \frac{7Pl^2}{162EI} \rightarrow C_1 = \frac{11Pl^2}{243EI}$$

$$C_3 = C_1 - \frac{5Pl^2}{54EI} \rightarrow C_3 = -\frac{23Pl^2}{486EI}$$

$$\theta_A = \theta(0)|_{AD} = \frac{11Pl^2}{243EI}, \quad \theta_B = \theta(l)|_{DB} = -\frac{23Pl^2}{486EI}$$

$$\theta_C = \theta\left(\frac{l}{3}\right)|_{AC} = \frac{13Pl^2}{486EI}, \quad v_C = v\left(\frac{l}{3}\right)|_{AC} = \frac{19Pl^3}{1458EI}$$