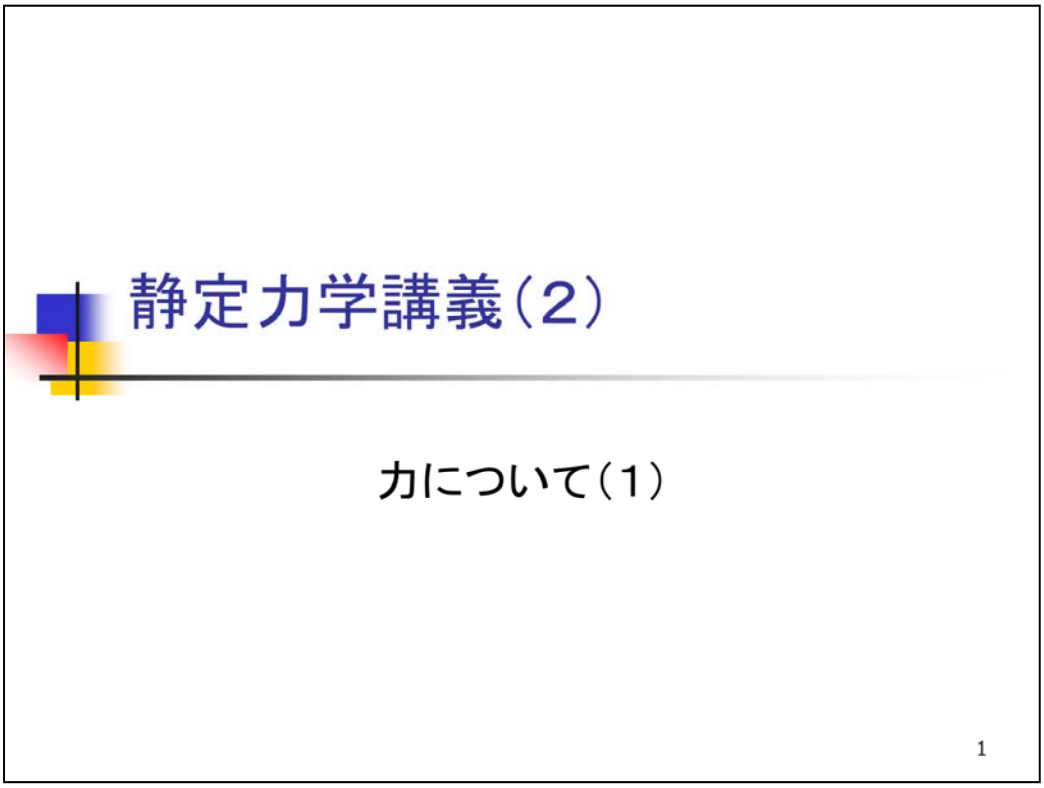
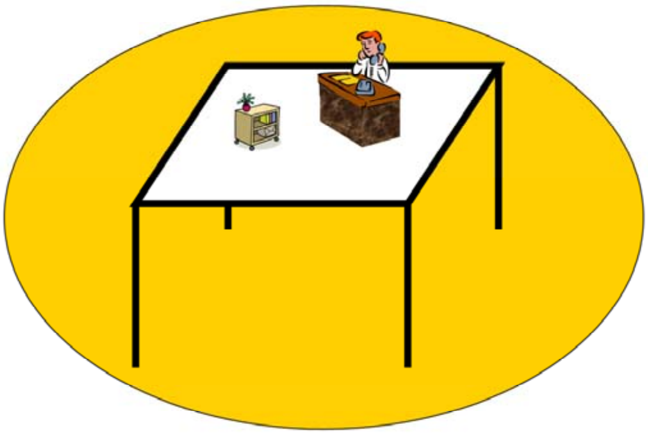


それでは、第2回の講義をはじめます。

今回の講義は，力の定義と、力の合成と分解、力とつりあいについての話です。

すなわち、力とは何か？　力と力が釣り合っているということはどういうことか？　そういうことを勉強していきます。

力をどのように表すか？



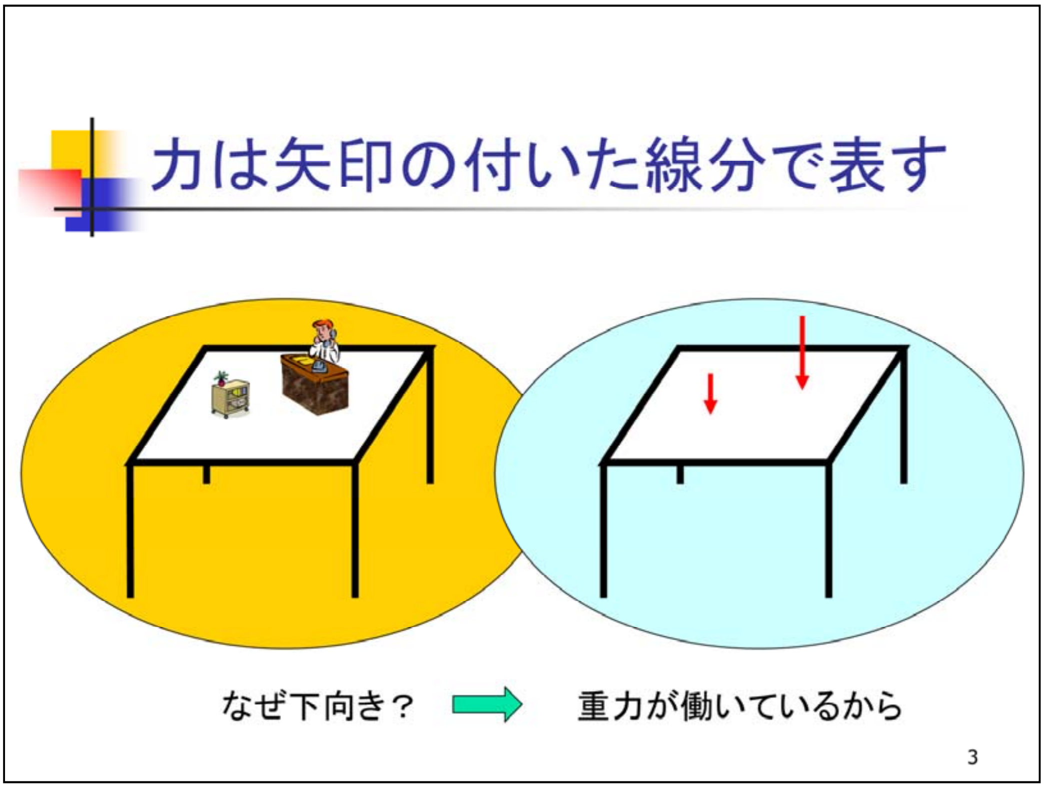
骨組に加わる力をどうやって表現する？

2

まず，第1回の講義の「なぜ構造力学が必要か？」で，壊れない建物をつくるためには，力を支える主要な部分（構造）を取り出して，それを骨組でモデル化するという話をしました。

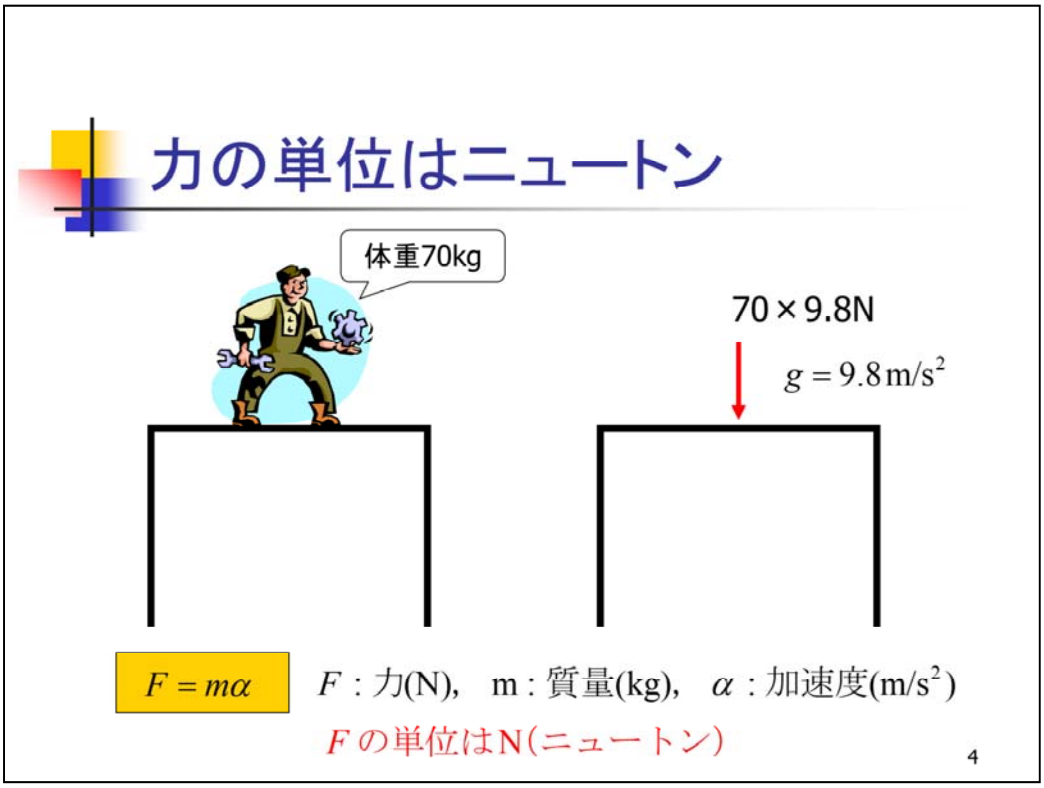
建物を設計する場合，その骨組に，床を通して力が加わります。その力に対して，壊れない骨組を設計するのが構造設計という作業になります。

このような構造設計を行うためには，骨組に加わる力を何らかの記号を用いて表す必要があります。



力は，大きさと方向を持ちますから，これを矢印の付いた線分で表します。
矢印は方向を表し，線分の長さで力の大きさを表します。

床に加わる力は，重力ですから，鉛直下向きになります。



また，壊れない骨組を設計するために，数学という道具を用います。

高校時代に学んだ数学や物理というものは，現実には，こういうところで役に立ってくるわけです。

骨組を設計するためには，まず，力の大きさを数値と単位を用いて表す必要があります。

私たちの時代は，力の大きさは，kgfという単位で表していました。この単位だと体重70kgの人が骨組に与える力は70kgfです。

しかし，現在は，SI単位という世界標準の単位を用います。この単位だと，70kgの体重の人が骨組に与える力は，70×9.8N（ニュートン）です。

約700Nと考えれば良いと思います。

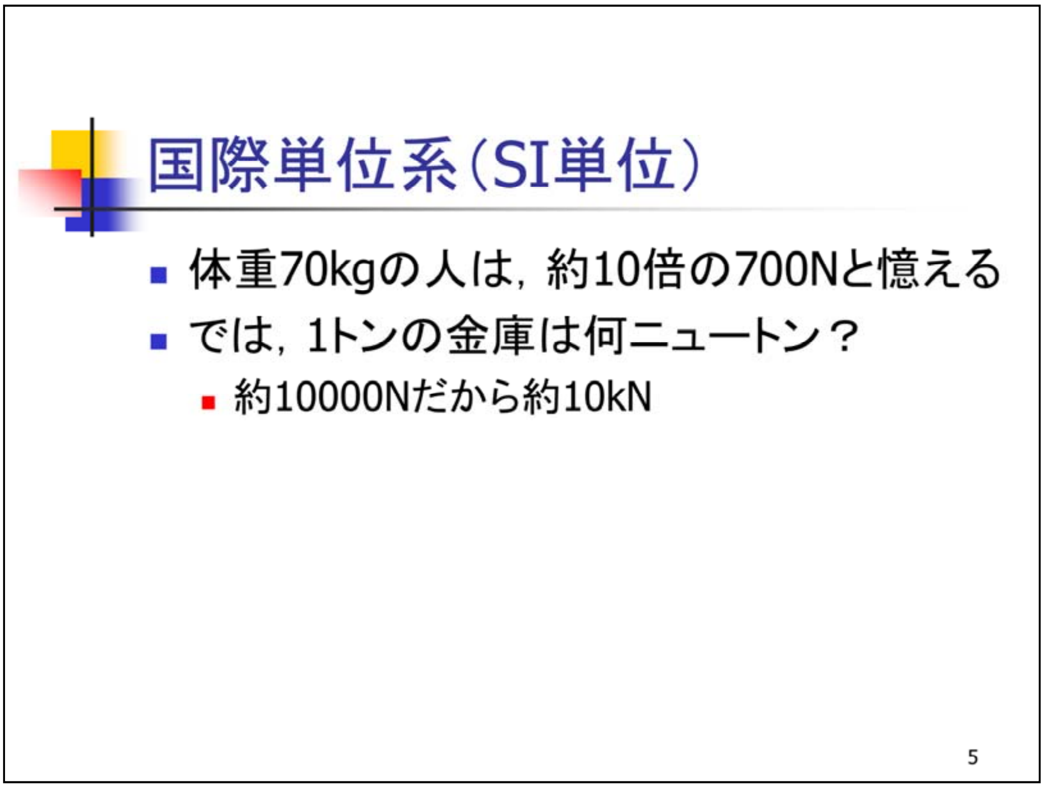
高校で物理を習った人は，ニュートンという人が，力は質量に加速度を掛けたものであるというニュートンの法則を習ったと思います。

これは，体重70kgfの人が，月で体重を計ると70kgfにならないということに関係しています。これは，地球と月の重力の加速度が異なるためです。

私たちの時代は，体重70kgを力だと定義していました。したがって，質量は，70kg/9.8だったわけです。

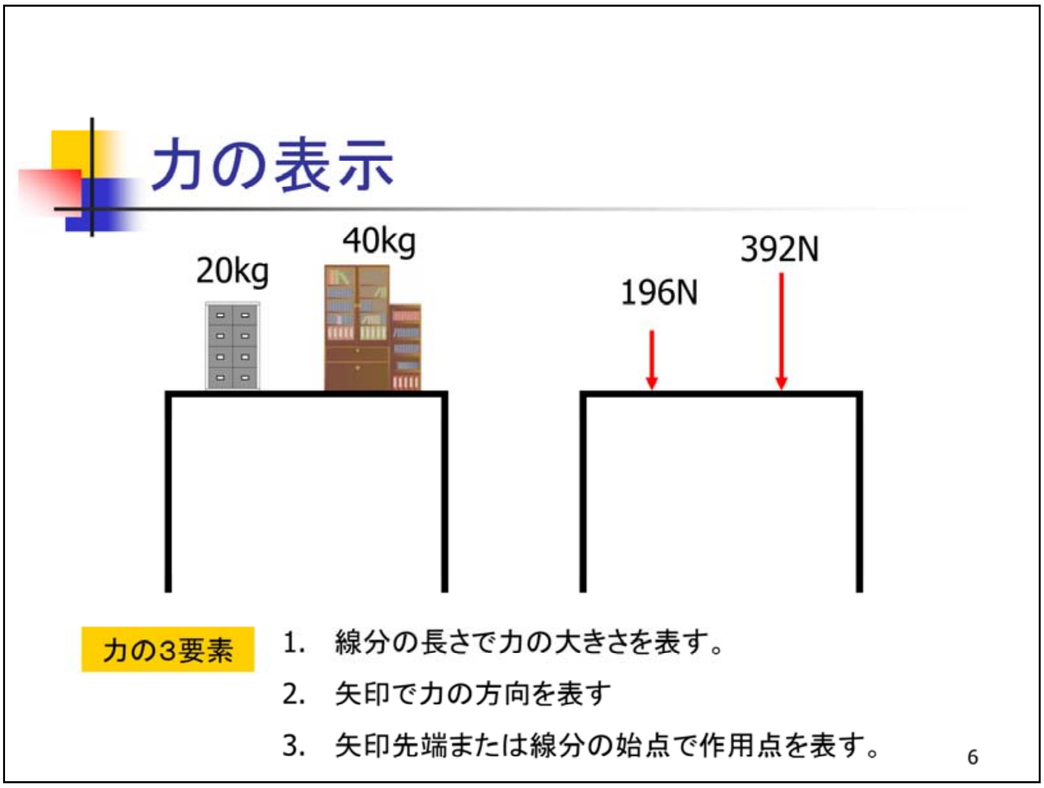
しかし，君たちの時代は，体重70kgの人は，質量が70kgです。これは，月でも地球でも変わりません。

しかし，力は，これに重力の加速度を掛ける必要がありますから，体重70kgの人の地球での力は，70×9.8Nとなるわけです。



したがって，体重70kgの人は，約700Nの力を受けていると考えて下さい。

そうすると，1tonの金庫は，1000kgですから，10000Nの力を受けています。
これは，10kNとも書けます。ちなみに，kNは，1000Nを表します。



そうすると，20kgのファイルケースが骨組に与える力は，20×9.8=196Nです。
また，40kgの本棚が骨組に与える力は，40×9.8=392Nになります。

また，ここで憶えてほしいのは，力の3要素と呼ばれるもので，

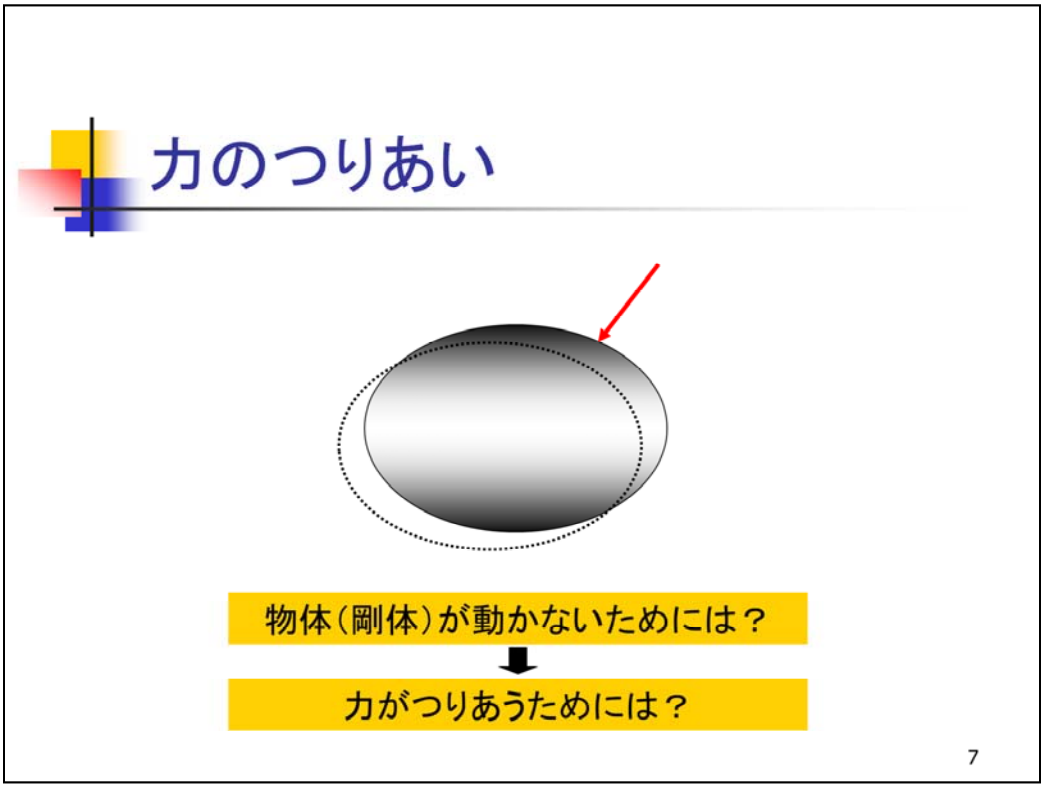
1．線分の長さで力の大きさを表す

2．矢印で力の方向を表す。

3．矢印の先端または線分の始点で作用点を表す。

ということです。なお，この授業では，3に関しては，原則として矢印の先端で作用点を表します。

また，力のように，大きさと方向を持つ物理量をベクトルと呼びます。
ちなみに，大きさだけを持って方向を持たない物理量をスカラーと呼びます。

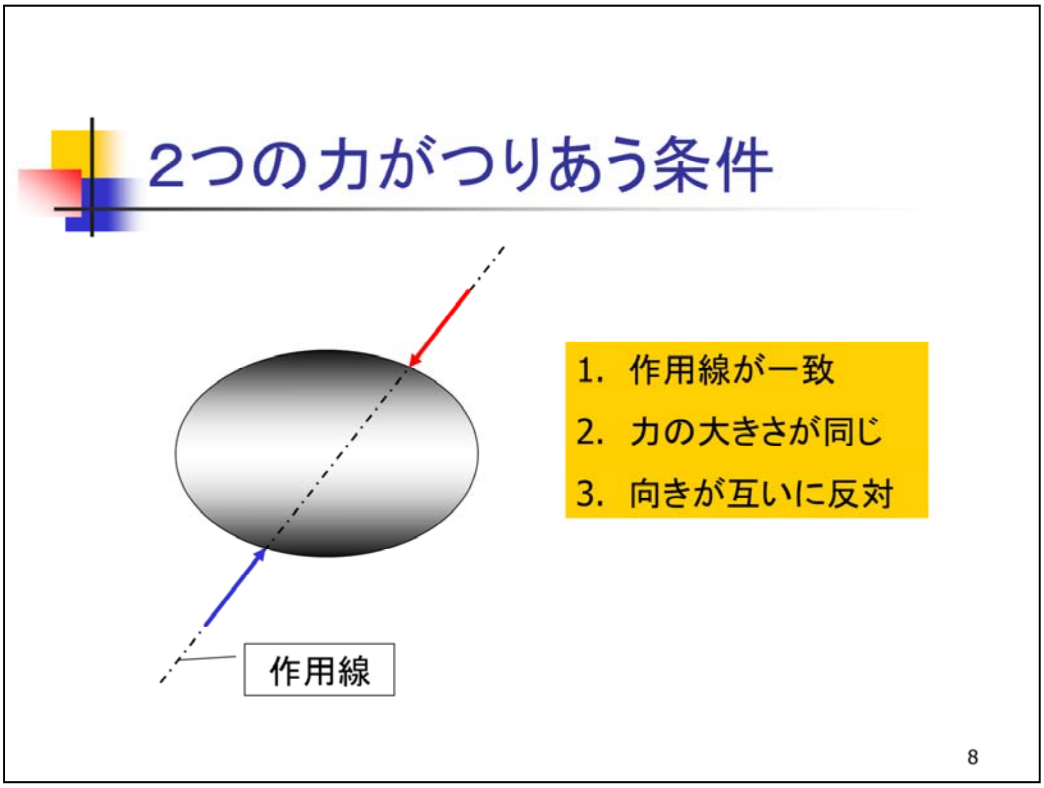


次に，力の釣り合いについて考えてみます。

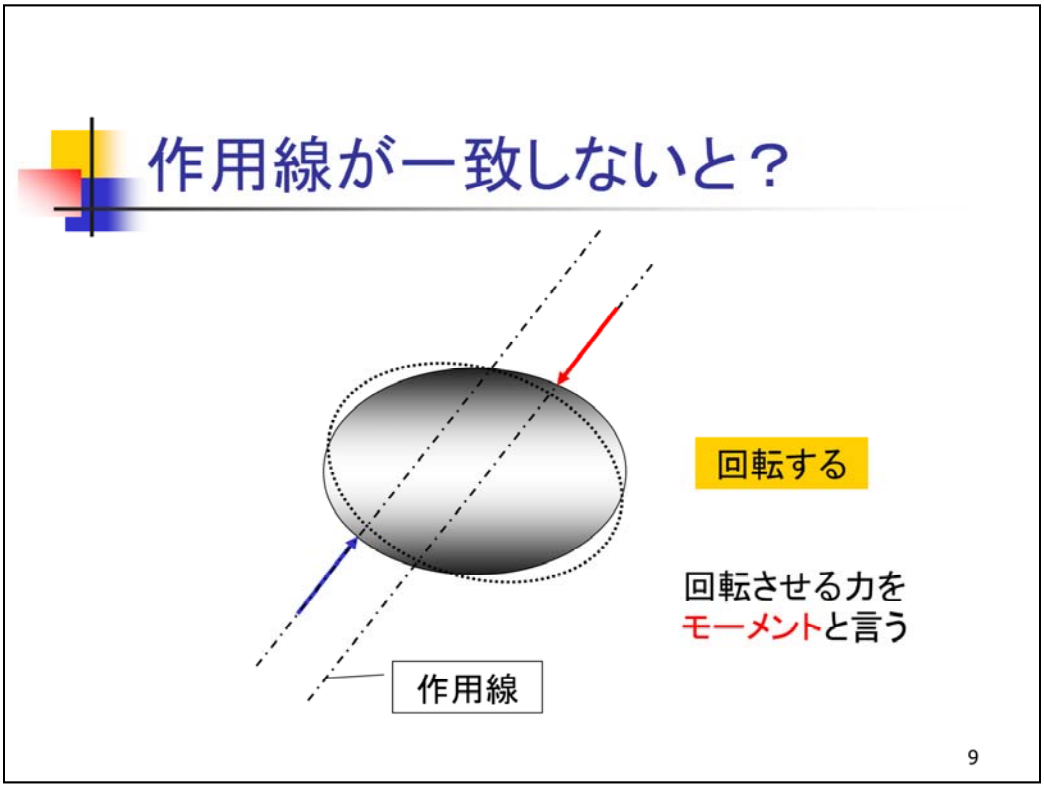
物体に力が加わって，力がつりあっているという状態は，その物体が動かないという状態です。

例えば，図のように一つの力が加わった状態では，物体は動いてしまいます。

それでは，力が釣り合うためには，どのような条件で力が加わればよいのでしょうか。

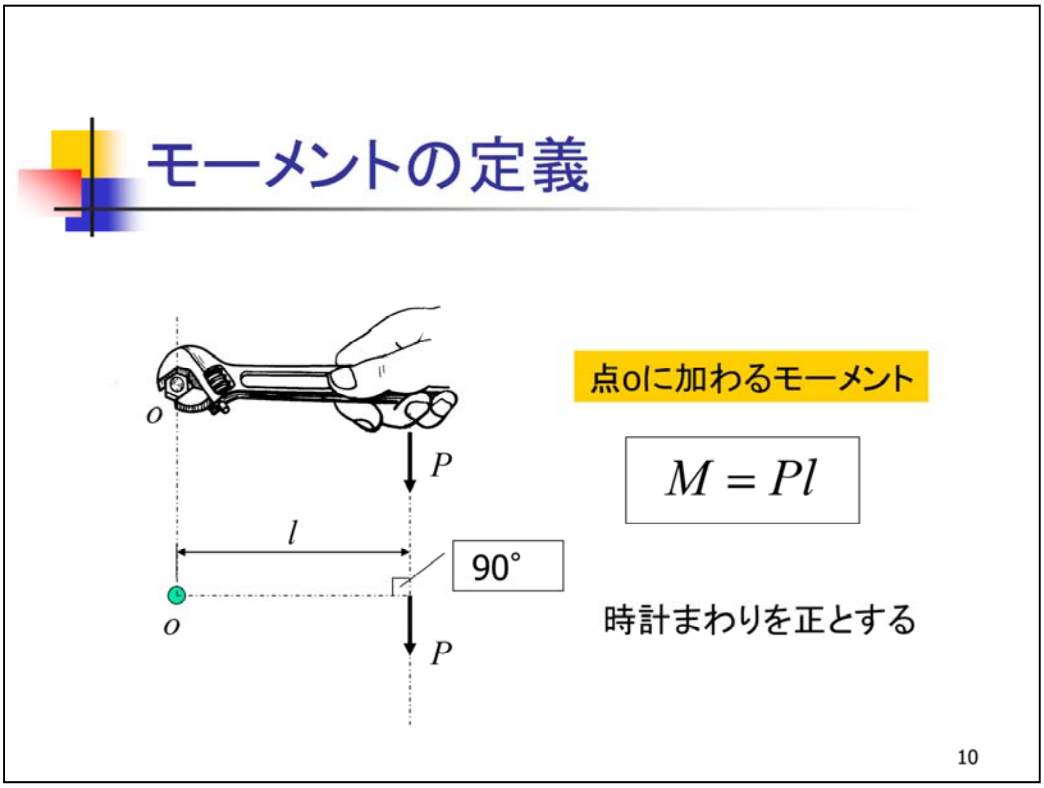


まず，2つの力がつりあうためには，力の方向が逆で，しかも力の大きさが等しく，さらに同じ作用線上に働くという条件が必要です。



この図のように，力の方向が逆で，大きさが等しくても，作用線がずれていると，物体は回転してしまいます。

この回転させる力をモーメントと呼びます。

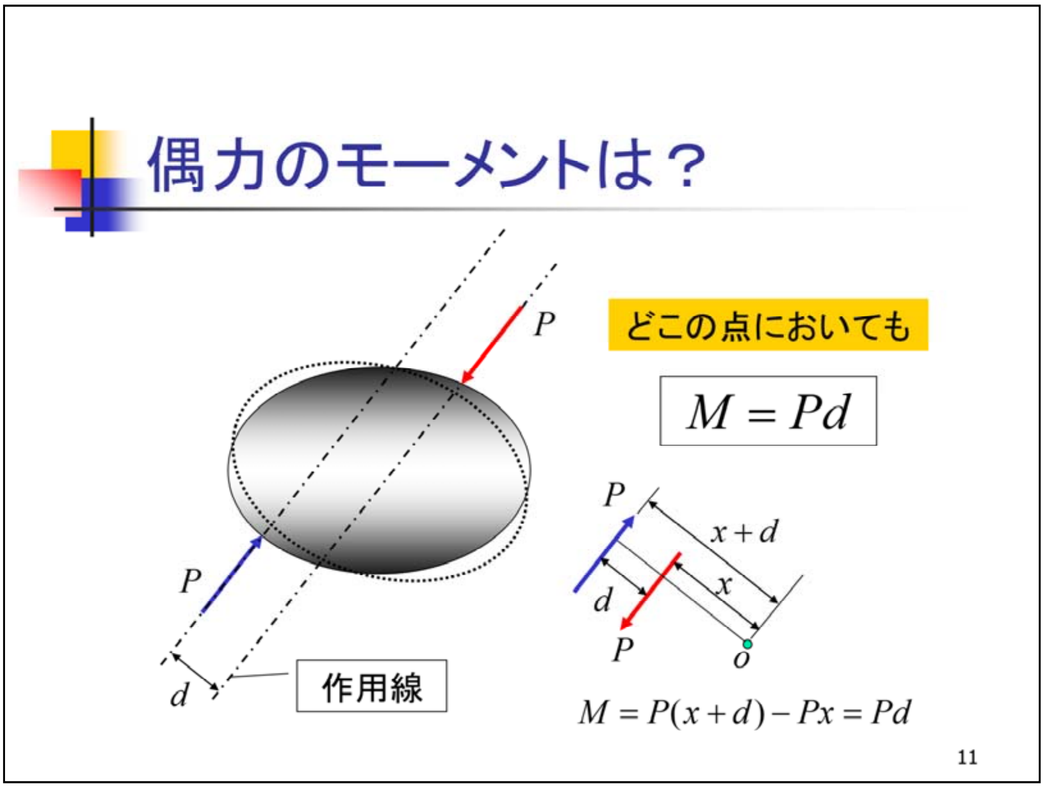


モーメントは，回転中心から力のベクトルの作用線上に垂線を下ろし，その交点と回転中心の距離lにPを掛けた量となります。

すなわち，lが大きくなるとモーメントは大きくなり，lが小さくなるとモーメントは小さくなります。

このモーメントの大きさを左右するlをモーメントの腕の長さと呼ぶことにします。

また，構造力学では，モーメントの正の回転方向を時計回りの方向とします。



力の大きさが等しく方向が反対になる力によって生じるモーメントを偶力と言います。

偶力のモーメントは，作用線の距離dとPを掛けた値となります。

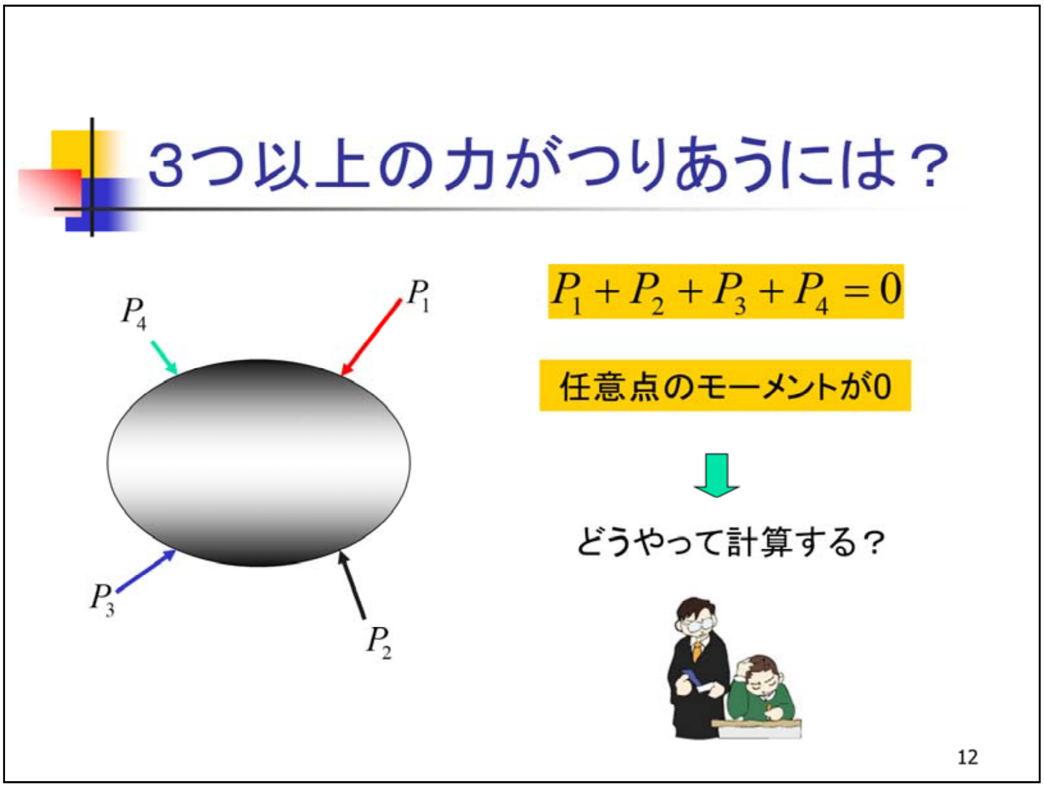
また，モーメントは，どこの点を回転中心（支点）にして計算しても同じになります。

例えば，右下の図で，o点のモーメントを計算すると，やはりPdになります。

上の図で，作用線が一致した場合は，d=0ですからモーメントは0になります。

このように，モーメントは，どこの点から計算しても同じというのは，非常に重要な性質です。

また，釣り合いの条件である作用線が一致するという条件は，モーメントが0になるという条件と言い換えることができます。



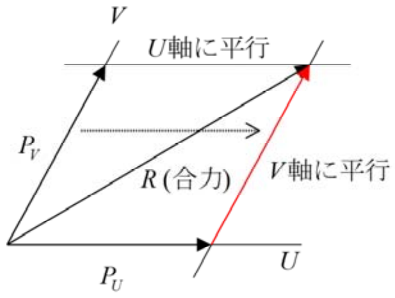
2つの力の釣り合いでは，大きさが等しく方向が反対の力が同じ作用線上にあれば，釣り合うということが成り立っていましたが，図のように方向がバラバラで，しかも2つ以上の力がある場合の力の釣り合いは，どのように考えたらよいのでしょう。

先ほどの説明で，力が釣り合うには，すべての力のベクトルを足したものが0で，しかも，任意の点で計算したモーメントが0となる条件が必要であることがわかったと思います。

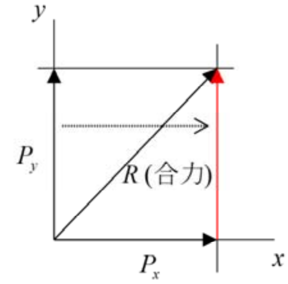
しかし，力は，大きさと方向を持つため，単純に足し合わせることはできません。

力の合成

平行四辺形を作る



$$R=\sqrt{P_U^{\ 2}+P_V^{\ 2}}$$



$$R=\sqrt{P_x^{\ 2}+P_y^{\ 2}}$$

13

力と力の足し算を力の合成と呼びます。

また，力と力を合成した力を合力と呼びます。

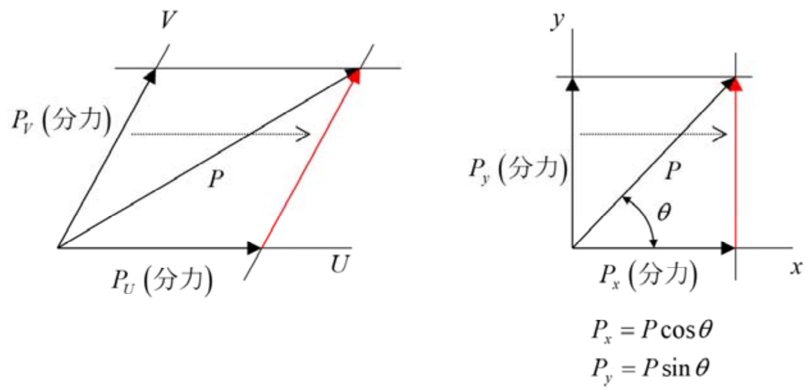
二つの力の合力は，二つの力から平行四辺形を描き，その対角線のベクトルとして求められます。

また，左の図で，PVを平行移動すると，PUとPVで作られる三角形の辺が合力になります。

右の図は，x,yの2方向の力の合成を示したものですが，この場合の合力は直角2等辺三角形の一辺となります。

力の分解

平行四辺形を作る



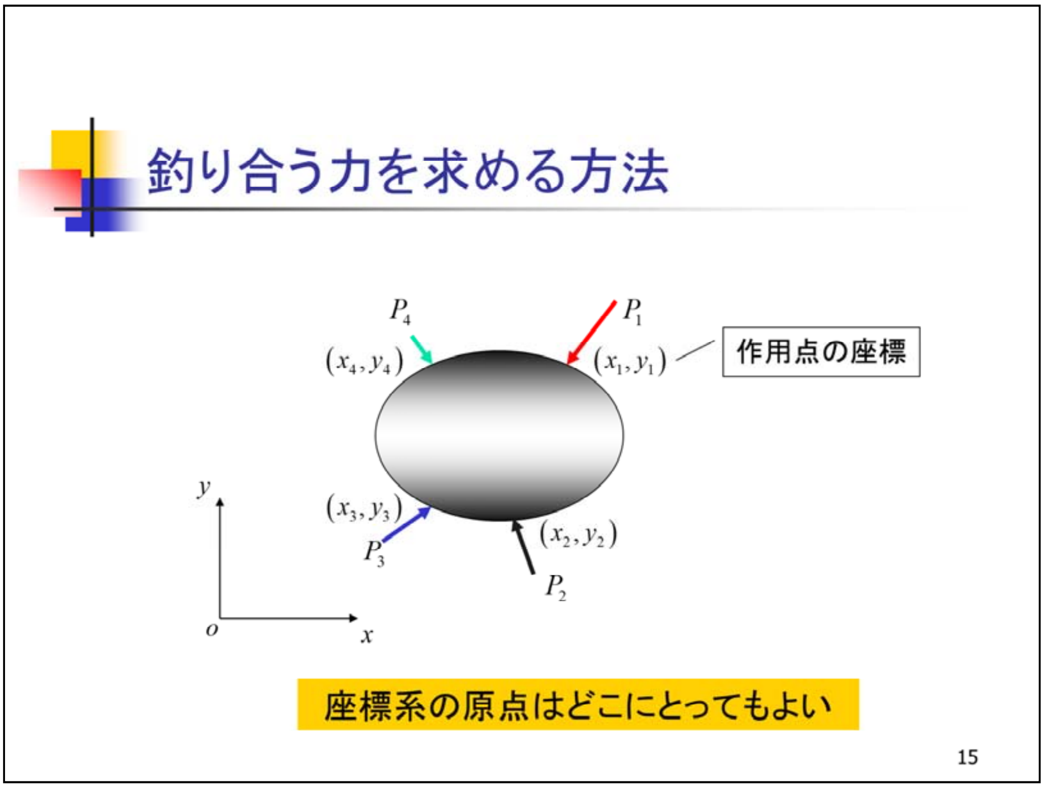
14

合力は，また，様々な方向の力に分解することができます。

合力が分解された力を分力と呼びます。分力も，合力が対角線となる平行四辺形を描くことで求めることができます。

右の図のように，x,y軸上の分力を求めれば，色々な計算を行う上で便利なことが沢山出てきます。

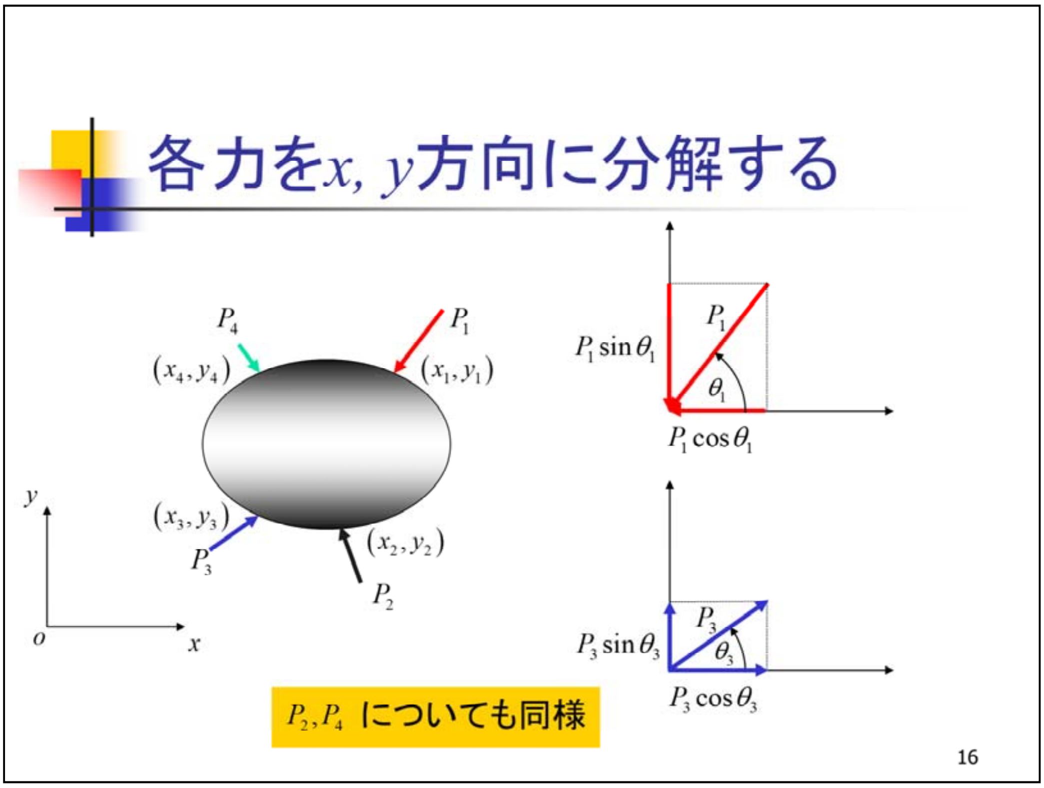
なお，x,y軸上の分力は，Pcosθ，Psinθで計算できます。



それでは，図のような力が釣り合っている条件は，どのようにして求められるのでしょうか？

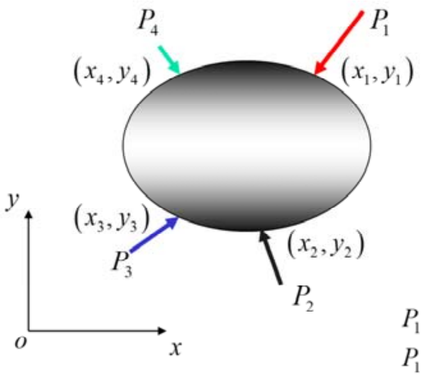
このような力をつり合いを求める方法には，図解法と数式解法がありますが，今回はまず数式解法について説明します．

数式解法では，まず，すべての力に共通の座標系を定めます．
ただし，座標の原点は，どこにとっても構いません．



次に，すべての力をx方向の力とy方向の力に分解します。

つりあいの条件



x方向の力のつりあい

$$P_1 \cos\theta_1 + P_2 \cos\theta_2 + P_3 \cos\theta_3 + P_4 \cos\theta_4 = 0$$

y方向の力のつりあい

$$P_1 \sin\theta_1 + P_2 \sin\theta_2 + P_3 \sin\theta_3 + P_4 \sin\theta_4 = 0$$

原点まわりのモーメントのつりあい

$$P_1 \cos\theta_1 \cdot y_1 + P_2 \cos\theta_2 \cdot y_2 + P_3 \cos\theta_3 \cdot y_3 + P_4 \cos\theta_4 \cdot y_4$$
$$P_1 \sin\theta_1 \cdot x_1 + P_2 \sin\theta_2 \cdot x_2 + P_3 \sin\theta_3 \cdot x_3 + P_4 \sin\theta_4 \cdot x_4 = 0$$

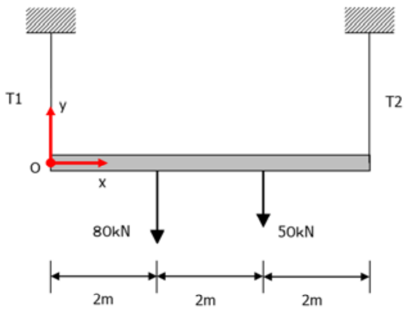
17

そして，x方向の力をすべて加えたものが0，y方向の力をすべて加えたものが0になれば，すべての力の合力が0になることに相当します。

一方，モーメントが0になる条件は，すべてのy方向の力に力の作用点のx座標を掛けて加え，すべてのx方向の力に力の作用点のy座標を掛けて加え，この総和が0になれば成り立ちます。

このように，力の方向がばらばらだと足し算はできませんが，同じ方向の力は足したり，引いたりできますので，数式解法が適用できるわけです。

例題



18

それでは，簡単な例題として，図のような平行棒が天井から吊り下げられた例題を解いてみましょう．この問題は，吊り下げているケーブルの引っ張り力T1とT2を求める問題です．

まず，座標と原点Oを図の赤の線のように定めます．そうするとx方向の力はありませんから，つり合い式を立てる必要はありません．次に，y方向の力のつり合い式は，次式になります．

T1+T2-80kN-50kN=0　・・・・(1)

また，原点Oを回転の中心とするモーメントのつり合い式は次式となります．

T1×0＋80kN×2m＋50kN×4m-T2×6m=0 ・・・・(2)

となります．ただし，ここでは，T1とT2を上向きの力と定義しています．そして，時計まわりのモーメントを＋，反時計まわりのモーメントを－にしていることに注意してください．

この場合，まず，(2)式からT2=60kNが求まります．これを(1)式に代入するとT1=70kNが求まります．

これらはいずれも上向きの力，すなわち引っ張り力ですね．

バリニオンの定理

「多くの力のある1点に対する力のモーメントの総和は，それらの力の合力のその点に対するモーメント（合力のモーメント）に等しい」。これを**バリニオンの定理**という。

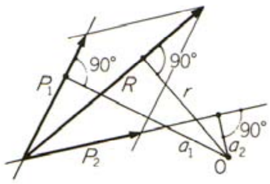


図 1 - 33

図1 - 33において2力 P_1，P_2 の合力を R とし，任意の点O から各力 P_1, P_2, R までの垂直距離をそれぞれ a_1, a_2, r とすれば，

$Rr = P_1a_1 + P_2a_2$　　すなわち，

$Rr = \Sigma M_0$ ――― (1 - 6)

ΣM_0：各力 P_1，P_2 の任意の点Oに対する力のモーメントの総和

この定理は，2力が平行である場合や，任意の多くの力の場合でもなりたつ。

19

最後に，バリニオンの定理について補足しておきます．

これは，分力と合力についての法則なのですが，要するに，任意の支点（回転中心）に対する分力のモーメントの総和は，合力のモーメントと一致するという定理です。

しかし，これは，「合力R」と反対方向の力を「釣合力P」と定義すると，分力と釣合力のモーメントの総和は0というモーメントの釣り合い法則を示しているにすぎません．

P1×a1+P2×a2+P×r=0　ただし，P=-R

ただ，バリニオンの定理と言われるとびっくりしますので，要は合力を釣り合いの法則をで求める定理と憶えておけばいいと思います．

なお，来週の講義に出てきますが，合力と釣合力の方向は逆なので注意してくださいね．

まとめ

- 力の単位はNで表す
- 力の大きさは線分の長さ、力の方向は矢印で表す
- 数式解法では、x,yそれぞれの方向の力の総和と原点まわりのモーメントが0の場合につりあう

20

以上の講義のまとめはこのとおりです。

以上で、本日の演習問題はできると思いますので、やってみてください。

また、この資料でよくわからなかったことは、テキスト『はじめて学ぶ建築構造力学』をよく読んでください。