



静定力学講義(11)

静定トラスの解法(1)

1

今回から, 静定トラスの応力の求め方について学びます。

トラス構造の特徴

- 基本は三角形
- 部材には軸力のみが働く
- 荷重は節点にのみ加わる



屋根形トラス構造



平行トラス構造

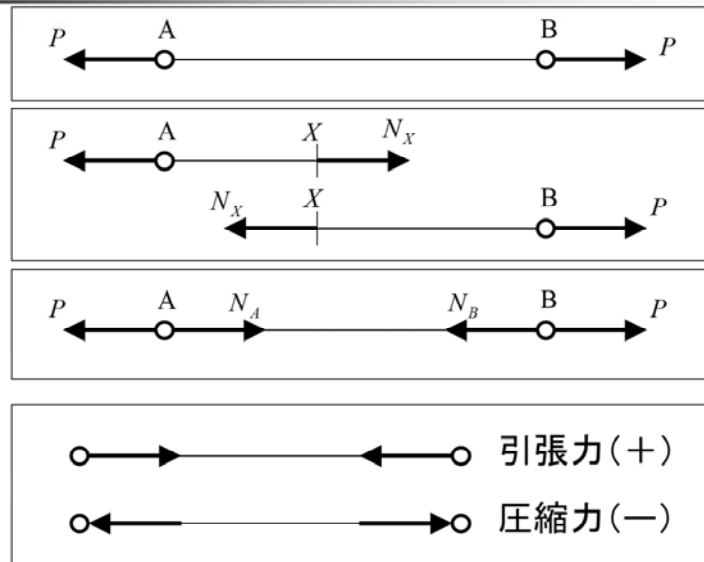
2

トラス構造は、三角形を基本とし、接合部はピン接合にモデル化されるため、部材には軸力のみが働きます。

また、荷重は、節点のみに加わると仮定します。



トラス解析のルール



3

まず、トラスの軸力の表記法のルールについて説明します。

軸力は、すでに学んだように、部材が引っ張られる場合が正となります。

したがって、**AB**要素に引っ張り力を与えて、内力である軸力 N_x を見ると、断面から離れる方向が正となります。

この断面の位置を節点に近づけていくと、一番下の図に示されるように、節点から部材内部への向きが正の軸力の表記となります。

当然ながら、軸力が圧縮となる場合の表記は、矢印が部材内部から節点に向かう方向になります。

これらを一見すると、引張の場合が部材が圧縮されているように見え、圧縮の場合が部材が引張られているように見えます。

このために、表記を間違える人が沢山いますので、定義のもとをよく理解して、間違わないようにして下さい。



一般的な静的トラスの解法

- 切断法
 - 一部の部材の軸力だけを力の釣り合い式を用いて求める方法
 - 最大軸力などを効率的に求めることができる
- 節点法
 - 図解法
 - 数式解法
 - すべての部材の軸力を求める場合は節点法の方が効率的

4

トラスの応力(軸力)を求める方法としては、大きく分けて2つの方法があります。一つは切断法、もう一つは節点法です。

切断法は、これまで学んできた応力を求める方法と同様に、構造全体を二つに分けて、内力(軸力)を定義し、片側の構造の力の釣り合いから内力(軸力)を求める方法です。

この方法は、一部の部材、例えば最大軸力が発生する部材の軸力の大きさのみを計算したい場合などには有効です。

もう一つの方法は、節点法と呼ばれる方法で、図解法と数式解法があります。全部材の軸力を求める必要のある計算などでは、これらの方法の方が便利です。



切断法の手順

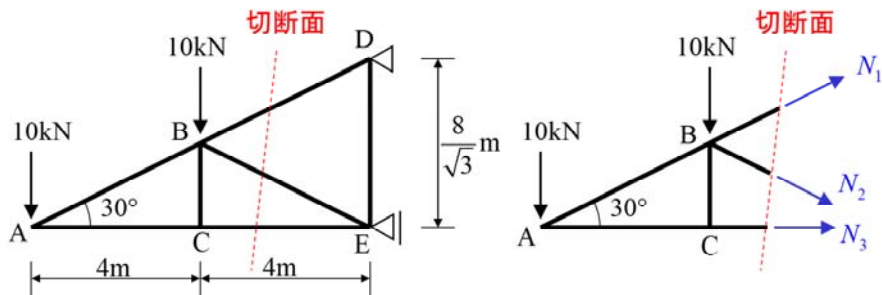
- ① 軸力を求めようとする部材のある箇所でトラスを仮に切断する(切断する部材数は3材以下とする)。
- ② 切断した部材の軸方向に軸力を仮定する(未知の軸力は正方向に仮定する)。
- ③ 荷重・反力と②の軸力との力の釣合式(x, y 方向とモーメントの釣合式)から軸力を求めることができる。

5

この授業では、最初に、切断法について学びます。

切断法によって、軸力を求める方法は、ここに示すとおりです。

切断法による解き方



$$\begin{aligned} \sum X = 0 \text{ より } N_1 \cos 30^\circ + N_2 \cos 30^\circ + N_3 &= 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} N_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} N_2 + N_3 = 0 \\ \sum Y = 0 \text{ より } N_1 \sin 30^\circ - N_2 \sin 30^\circ - 10 - 10 &= 0 \Rightarrow \frac{1}{2} N_1 - \frac{1}{2} N_2 - 20 = 0 \\ \sum M_B = 0 \text{ より } -\frac{4}{\sqrt{3}} N_3 - 4 \cdot 10 &= 0 \Rightarrow N_3 = -10\sqrt{3}, N_1 = 30, N_2 = -10 \end{aligned}$$

6

切断法では、まず、切断面を決めて、構造を二つに分けます。

ただし、切断した部材の未知の軸力は3つ以下である必要があります。これは、釣り合い方程式が3であるためです。

したがって、すべての軸力が未知の場合、切断する部材は3本以下である必要があります。

しかし、既知の軸力がある場合は、4本以上でも解くことができます。

次に、切断面で切られた断面に関して、正方向の未知の軸力を定義します。

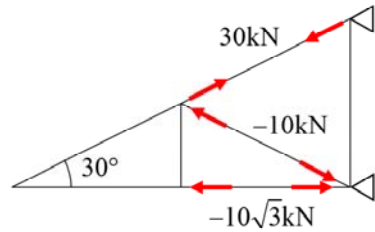
(この場合、右の構造で軸力を求める場合は、あらかじめ反力を求めておく必要があります。)

次に、x方向、y方向、モーメントの釣り合い式を立てます。

この3元の連立方程式を解くことによって、未知の軸力を求めます。

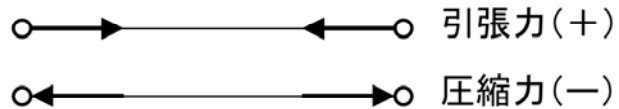


結果の表示



矢印の向きを
正確に描く

－は圧縮，＋は引張

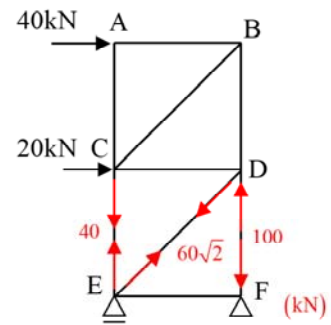
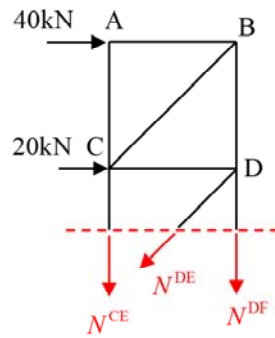
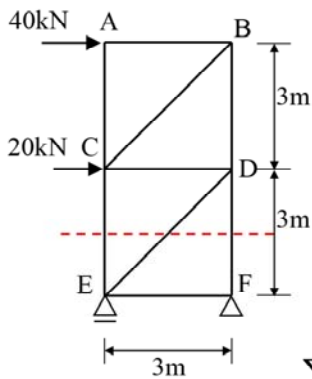


7

トラスの軸力の表示は、図のようにペアーのベクトルで軸力の正負を表示します。
この時、引張力の場合は、節点から部材内部へ方向に矢印を書きます。
圧縮力の場合は、部材内部から節点に向かう方向に矢印を書きます。
そして、それぞれの部材の軸力の値を書き込みます。
値の正負は、矢印で表示されていますので、値に＋－を付ける必要はありませんが、慣れるまでは付けておいた方がよいと思います。



演習問題1の解き方(その1)



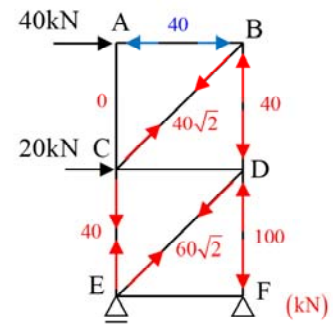
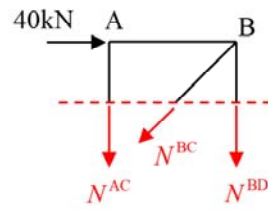
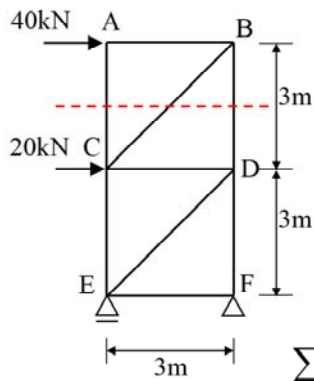
$$\sum M_D = 0: -3N^{CE} + 3 \cdot 40 = 0 \Rightarrow N^{CE} = 40\text{kN}$$

$$\sum X = 0: -\frac{1}{\sqrt{2}}N^{DE} + 60 = 0 \Rightarrow N^{DE} = 60\sqrt{2}\text{kN}$$

$$\sum Y = 0: -40 - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 60\sqrt{2} - N^{DF} = 0 \Rightarrow N^{DF} = -100\text{kN}$$



演習問題1の解き方(その2)



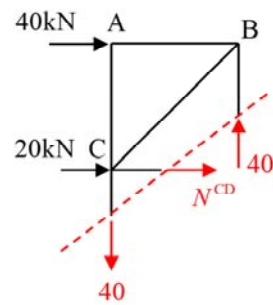
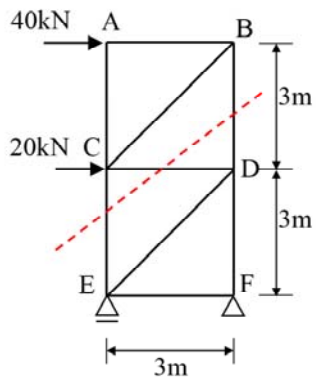
$$\sum M_B = 0: -3N^{AC} = 0 \Rightarrow N^{AC} = 0\text{kN}$$

$$\sum X = 0: -\frac{1}{\sqrt{2}}N^{BC} + 40 = 0 \Rightarrow N^{BC} = 40\sqrt{2}\text{kN}$$

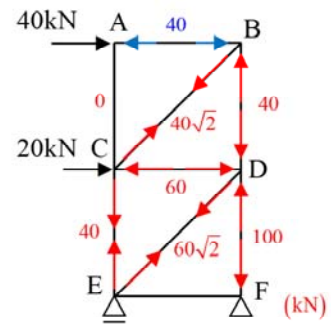
$$\sum Y = 0: -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 40\sqrt{2} - N^{BD} = 0 \Rightarrow N^{BD} = -40\text{kN}$$



演習問題1の解き方(その3)

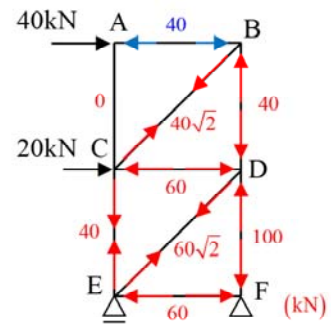
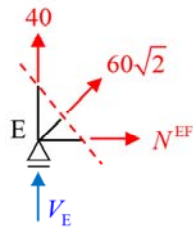
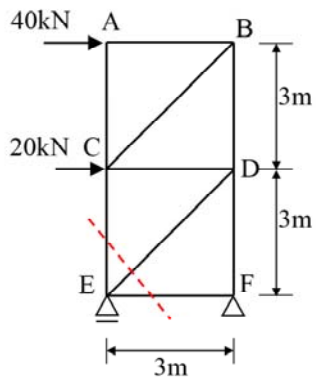


$$\sum X = 0: N^{CD} + 60 = 0 \Rightarrow N^{CD} = -60\text{kN}$$





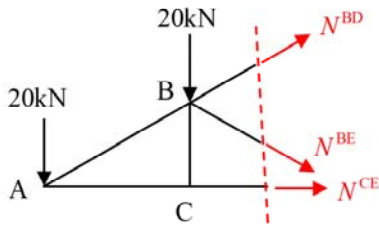
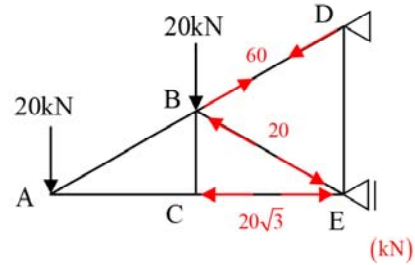
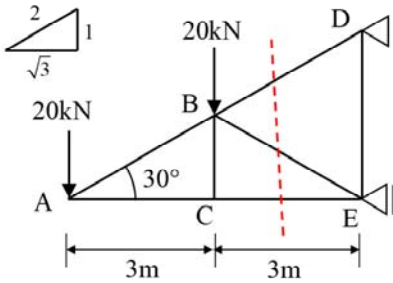
演習問題1の解き方(その4)



$$\sum X = 0: N^{EF} + 60\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow N^{EF} = -60\text{kN}$$



演習問題2の解き方(その1)

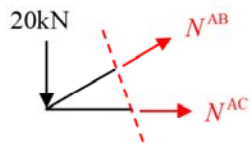
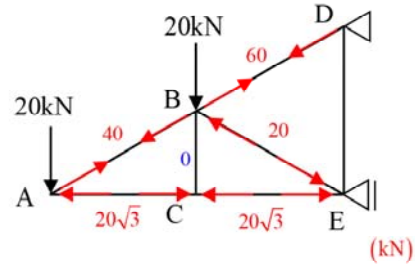
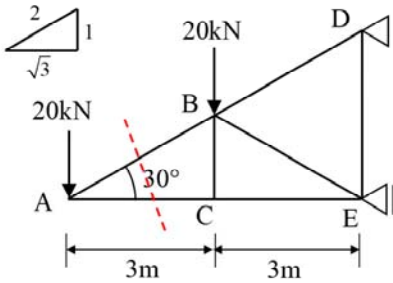


$$\sum M_B = 0: -N^{CE} \cdot \frac{3}{\sqrt{3}} - 20 \cdot 3 = 0 \Rightarrow N^{CE} = -20\sqrt{3}\text{kN}$$

$$\left. \begin{aligned} \sum X = 0: \frac{\sqrt{3}}{2} N^{BD} + \frac{\sqrt{3}}{2} N^{BE} &= 20\sqrt{3} \\ \sum Y = 0: \frac{1}{2} N^{BD} - \frac{1}{2} N^{BE} - 40 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} N^{BD} &= 60\text{kN} \\ N^{BE} &= -20\text{kN} \end{aligned}$$



演習問題2の解き方(その2)

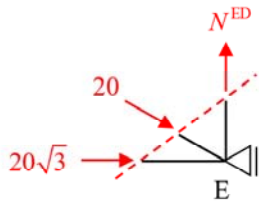
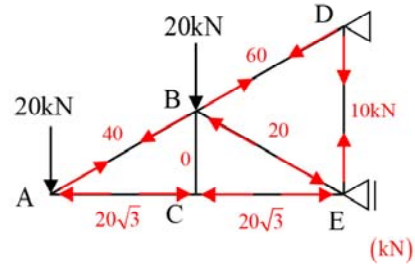
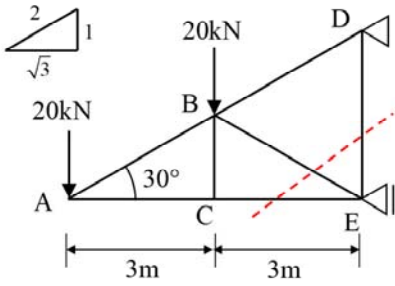


$$\sum Y = 0: \frac{1}{2}N^{AB} - 20 = 0 \Rightarrow N^{AB} = 40\text{kN}$$

$$\sum X = 0: N^{AC} + \frac{\sqrt{3}}{2}N^{AB} = 0 \Rightarrow N^{AC} = -20\sqrt{3}\text{kN}$$



演習問題2の解き方(その3)



$$\sum Y = 0: N^{ED} - 20 \cdot \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow N^{ED} = 10 \text{ kN}$$