

# 1. 粒子法を用いた破壊シミュレーションに関する研究

03168006 安藤知穂  
指導教官 藤井大地 助教授

MPS 法 重み関数 破壊 ヤング係数 粒子数 自重

## 1. はじめに

従来、連続体の解析法として有限要素法が多く用いられてきた。しかし、有限要素法は、まず計算の対象とする物体を要素で分割しなければならない。従って、破壊やひび割れ等を考慮した計算を行う場合、要素に沿ってひび割れが生じるなど、現象が要素に影響してしまう。そのため、爆破や物体同士の衝突、津波による破壊シミュレーションなどを行うことが困難である。これに対し、現在研究が盛んに行われている粒子法は、形状に合わせて粒子を生成し、その粒子の動きで連続体の動きを計算することができる。従って、対象とする連続体の形状に左右されることはない。また要素ではなく、粒子を用いる粒子法の大きな利点として、計算途中に要素がゆがんで計算ができなくなることがなく、粒子自体も変形することがない。

本研究では、建築構造物の破壊や大変形のシミュレーションに粒子法を適用することを試みる。なお、代表的な粒子法の種類として、SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 法と、MPS (Moving Particle Semi-implicit) 法があるが、本研究では、構造解析に適している MPS 法を用いる。

そして本研究では、粒子法を用いてシミュレーションを行うことにあたり、粒子数や破壊に関するパラメータ値の調査を行い、さらに粒子法の信頼性、破壊シミュレーションの正確性を確かめることを目的とする。

## 2. 計算法

### 2.1 基礎理論

粒子法ではまず、同じ大きさの粒子を形状に合わせて生成し、粒子にはそれぞれ位置ベクトル  $r$  と回転角  $\theta$  の自由度を持たせる。粒子の回転を考慮することにより、精度良くひずみを計算できる<sup>1)</sup>。

弾性体の支配方程式は、下記の式で表される。

$$\rho \frac{\partial v_\alpha}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_\beta} (\lambda \varepsilon_{\gamma\gamma} \delta_{\alpha\beta} + 2G \varepsilon_{\alpha\beta}) + K_\alpha \quad (1)$$

ただし、 $\rho$  は密度、 $\lambda, G$  は定数、 $\varepsilon_{\alpha\beta}$  は歪みテンソル、 $K_\alpha$  は外力、添字の  $\alpha, \beta$  は空間座標を表わしている。

(1)式を垂直応力、せん断応力、圧力に分けて計算し、新しい時刻の速度  $v$ 、座標  $r$ 、角速度  $\omega$ 、回転角  $\theta$  の値を入れて計算を進めていく。また、弾性体の計算では粒子同士が垂直とせん断のばねによって接続されていると解釈できる(図 1)。

また、粒子間の相互作用は重み関数  $\omega$  を用いて与える<sup>2)</sup>。

$$\omega(r) = \begin{cases} \frac{r_e - r}{r} & (0 \leq r < r_e) \\ 0 & (r_e \leq r) \end{cases} \quad (2)$$

ただし、 $r$  は初期配置においての粒子間の距離を表し、 $r_e$  は通常は粒子間距離  $r$  の 2~4 倍の値とする。パラメータ  $r_e$  内の粒子に対して相互作用することになる(図 2)。



図 1 弾性体のばねモデル 図 2 相互作用モデル

## 2.2 破壊

粒子法では、生成した粒子の粒子間距離がある一定の距離を超えると、粒子間相互作用しないようにすることで、破壊シミュレーションを可能としている。

$$\left| \frac{L^k - L^0}{L^0} \right| > \varepsilon_{\max} \quad (3)$$

ただし、初期の粒子間距離を  $L^0$  とし、 $L^k$  は移動後の粒子間距離である。(3)式を満たしたら破壊されたと判断し、重み関数の値を 0 とする。

## 3. 解析例

### 3.1 ヤング係数の違いによる比較

幅 10m、高さ 5m の弾性体を  $10 \times 5$  個の粒子で表し、一番左端の縦の粒子 5 個を固定し、右端の縦の粒子 5 個に X 方向の正方向に 500N の力を掛ける(図 3)。ポアソン比 0.3 とし、ヤング係数をそれぞれ  $1.2 \times 10^6 \text{N/m}^2$ (図 4)、 $3.0 \times 10^5 \text{N/m}^2$ (図 5)の場合を比較する。図 4 と図 5 より、ヤング係数の値を小さくすると、同じ力を掛けても、物体は軟らかくなり力の影響を受けやすくなるのが分かる。この結果、粒子法では物質の硬さに関係なく、シミュレーションを行うことができることが確かめられた。

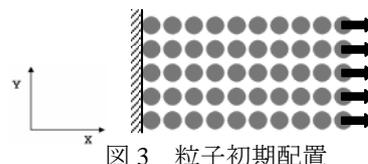


図 3 粒子初期配置

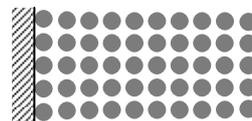


図 4 最終形態(ヤング係数  $1.2 \times 10^6 \text{N/m}^2$ )



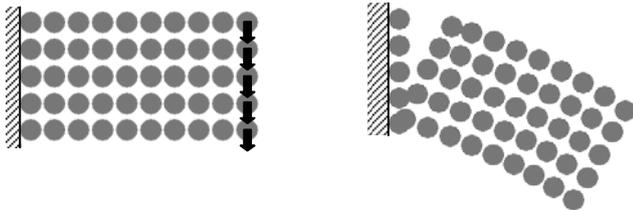
図 5 最終形態(ヤング係数  $3.0 \times 10^5 \text{N/m}^2$ )

### 3.2 粒子数の違いによる比較

粒子法の理論に基づき、対象とする物体にあわせて粒子を生成する段階で、どれくらいの数の粒子を生成すればよいのか、その指標がない。そこで、ひとつの現象の結果を得るために、粒子数による有効性の検証を行う。

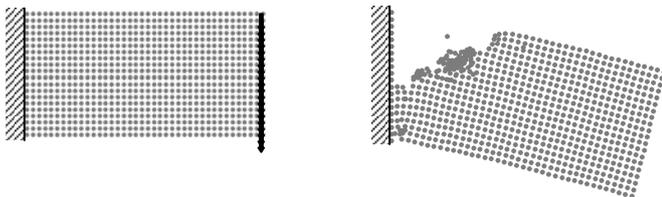
幅 40m、高さ 20m の左側固定の片持ち平板をモデルに図 6 と図 7 の a) のように生成する粒子数を変化させた。密度( $\text{kg/m}^3$ )、ヤング係数( $\text{N/m}^2$ )、ポアソン比、破壊限度はそれぞれ、2300,  $2.1 \times 10^8$ , 0.3, 0.1 の固定値とし、荷重は破壊に至るまで掛け続けるものとする。

図 6 と図 7 の b) の結果に見られるように、粒子数の違いにより、現象に違いがでることが明らかになった。破壊されたかどうか判定するためには、粒子数は関係ないが、破壊現象をより正確にシミュレーションするためには、粒子数を多くした方が有効である。また、図 6 に示す破壊には 2000N の力が必要なのに対し、図 7 に示す破壊には 20800N の力が必要であった。対象とする物体の大きさが異なっても、生成する粒子数により、破壊に至るまでの荷重に差がでることが分かった。



a) 初期形態                      b) 破壊形態

図 6 粒子数 50 の場合



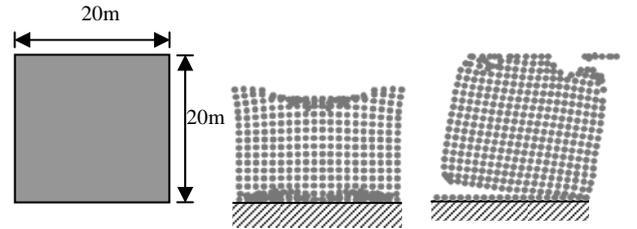
a) 初期形態                      b) 破壊形態

図 7 粒子数 800 の場合

### 3.3 各種破壊シミュレーション

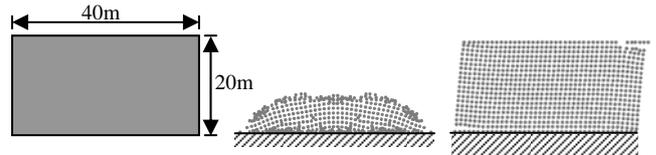
MPS 法を用い、様々な破壊シミュレーションが可能であるかどうか、種類の異なる形状の物体を対象に検証を行う。解析条件は、全ての物体で、密度( $\text{kg/m}^3$ )、ヤング係数( $\text{N/m}^2$ )、ポアソン比、破壊限度はそれぞれ、2300,  $2.1 \times 10^8$ , 0.3, 0.1 の固定値とする。荷重はそれぞれの破壊に至るまで掛け続けるものとする。ここで、圧縮破壊は下部完全固定とし、上部に等分布荷重をかける。せん断破壊は下部完全固定、上部ローラー支持とし、最上部の粒子に均等かつ同方向に荷重を掛けるものとする。

図 8, 図 9 の結果より、圧縮破壊、せん断破壊、ともにシミュレーションを行うことができる。また、幅と高さの比の違いから、破壊の仕方に差が出てくる事が調べることができた。



a) 解析モデル                      b) 圧縮破壊                      c) せん断破壊

図 8 解析対象の幅:高さは1:1の場合

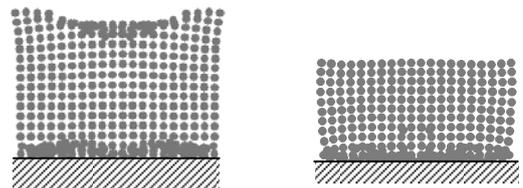


a) 解析モデル                      b) 圧縮破壊                      c) せん断破壊

図 9 解析対象の幅:高さは2:1の場合

### 3.4 自重を考慮した場合の比較

形あるものには自重があり、重力も働いているが、これまでは物体を粒子で表わし、荷重を掛けたただけだった。そこで自重を考慮して、粒子全てに均等に鉛直下向きに力を加え、再度解析をし、これまでの現象の結果と比較する。図 10 より、自重を考慮したほうが上部の破壊が起き始めるのが遅い。また、上部から荷重が掛かり、下部が押しつぶされて圧縮破壊が起きていく様子がより分かるようになった。



a) 自重考慮なし                      b) 自重考慮あり

図 10 解析モデル 20×20(圧縮破壊の場合)

### 4. まとめ

本研究では、作成した粒子法のプログラムを用いて、曲げ破壊、圧縮破壊、せん断破壊の 3 種類の破壊シミュレーションが可能であることが確かめられた。また、自重を考慮することで、より確かな結果を得られることや、生成時の適確な粒子数の基準値を得ることができた。

今後は接触を考慮したプログラムを作成し、建築の分野において、粒子法がさらに有効な方法となるために、研究を進めていく必要がある。

### 参考文献

- 1) 越塚誠一：粒子法，日本計算工学会
- 2) 越塚誠一，近澤佳隆，岡芳明：弾性体に対する陽的な粒子計算モデルの開発，計算工学講演会論文集，1999.5 pp33-36
- 3) 近澤佳隆，越塚誠一，岡芳明：弾性体に対する陰的な粒子計算モデルの開発，計算工学講演会論文集，1999.5 pp37-40