39.　グランドストラクチャ法を用いた 3 次元骨組構造の位相最適化

05168048　　佐治和哉
指導教員　　藤井大地　教授

位相最適化　グランドストラクチャ法　CONLIN 法

1. はじめに

近年，建築構造のデザインを考えるツールとして，位相最適化手法による構造形態創生が注目されており，骨組構造の位相最適化手法としては，数理計画法にもとづくグランドストラクチャ法が主流である．

グランドストラクチャ法では，配置する節点が増えると要素数が膨大となり，最適解を求めることが容易でなくなるが，高田ら [1]によって，トラス構造のグランドストラクチャ法に対して線形計画法により厳密解が得られる方法が提案された．しかしながら，建築構造デザインの支援ツールとしては，トラス構造だけでなく，接合部が剛接となる骨組構造のグランドストラクチャの最適解を得る方法も望まれるため，藤井らは非線形計画法を用いながら厳密解を得る手法を提案した [2]．

これらの研究で得られている解は，力学的にも明解な位相となっており，建築構造のデザインの発想を支援するツールとなり得るが，現実的な問題へ適用する場合，対象を 3 次元とする手法も望まれる．

そこで，本研究では，非線形計画法に基づくグランドストラクチャ法を用いた 3 次元骨組構造の位相最適化手法を提案する．

2. 最適化手法の概要

本研究では，グランドストラクチャを構成する各要素の材料密度を設計変数とし，i 番目要素の剛性マトリクス $\mathbf{k}_i$ を，要素密度 ρ_i を用いて次式のように表す．また，密度 ρ_i が小さい値を取る場合にペナルティを課す．

$$\mathbf{k}_i = \rho_i{}^p \mathbf{k}_i^0 \qquad \rho_i \geq 0 \tag{1}$$

ここに，p はべき乗係数を示し，$\mathbf{k}_i^0$ は初期の要素剛性マトリクスである．また，グランドストラクチャの質量 m は次式で表す．

$$m = \sum_{i=1}^{N} \rho_i A_i l_i \tag{2}$$

ここに，N は要素数，A_i, l_i は i 番目要素の断面積と長さを表す．

位相最適化問題は，質量制約下でコンプライアンスを最小化する次のような問題として定式化する．

$$\begin{aligned} &\min \quad C(\boldsymbol{\rho}) \\ &\text{subject to} \quad m(\boldsymbol{\rho}) \leq \bar{m}, \qquad \boldsymbol{\rho} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{3}$$

ただし，コンプライアンス C は，次式から求められる．

$$C = \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{d}^T \mathbf{f} \tag{4}$$

ここに，$\mathbf{d}, \mathbf{f}$ は節点変位ベクトルと節点外力ベクトル，$\mathbf{K}$ は全体剛性マトリクスである．

(3)式の解法として CONLIN 法を用いる．その場合，設計変数の増減が目的関数の増減に比例する必要がある．このため，本研究では，$\alpha_i = 1/\rho_i$ を設計変数とする．この場合，要素剛性マトリクス $\mathbf{k}_i$ は次式で表される．

$$\mathbf{k}_i = (1/\alpha_i)^p \mathbf{k}_i^0 \qquad \alpha_i > 0 \tag{5}$$

3. 再計算アルゴリズム

本手法では，図 1 のように，一度の最適化計算で得られた解を再度初期値として同じ最適化計算を行う方法を採用している．これによって，一度の最適化計算では得られない厳密解に近い解が得られるようになった．

ただし，再計算を行う場合は，CONLIN 法の諸係数等はすべて初期化される．

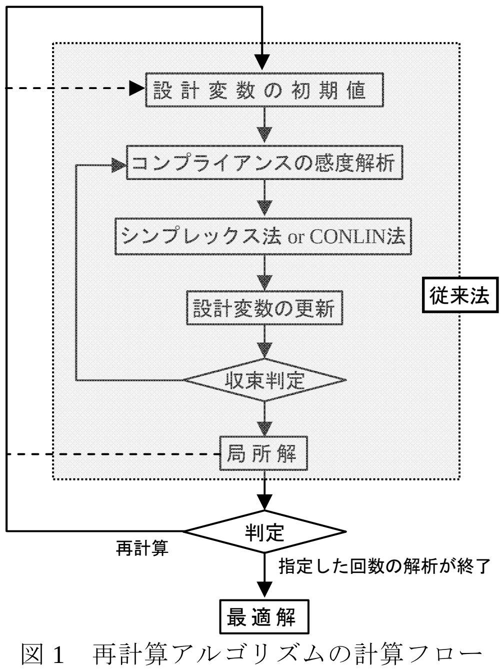
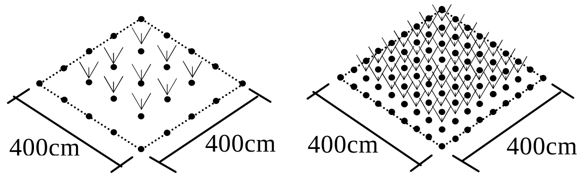


図 1　再計算アルゴリズムの計算フロー

Topology Optimization of Three Dimensional Frame Structure using Ground Structure Approach
SAJI Kazuya

4. 床梁の位相最適化

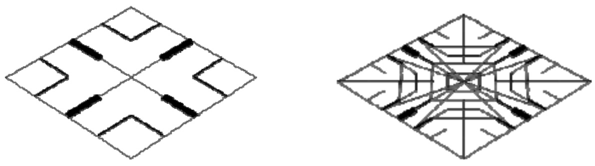
本提案手法の有効性を示すため，まず，床梁の問題を解く. 400×400 と 400×600 の解析モデルで, 材料は鉄, ヤング係数 E:20500(kN/cm^2),　断面積(100cm^2)，再計算数 20 回, 外力は鉛直荷重のみで, 10(kN/m^2) としている. また，制約値は同じにしてある.



節点数 25 要素数 200　　節点数 81 要素数 1136

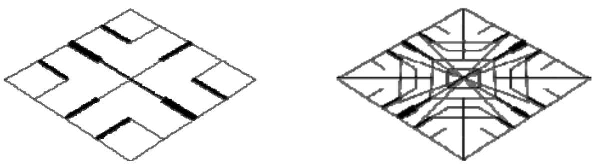
17.78kN　　3.27kN

図 2　解析モデル及び解析条件



C =1.79kNcm　　C =0.62kNcm

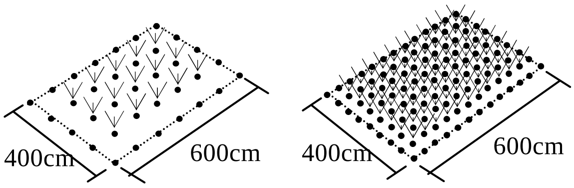
ペナルティなし



C =1.75 kNcm　　C =0.60kNcm

ペナルティあり

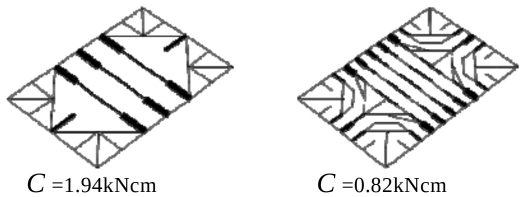
図 3　解析結果



節点数 35 要素数 390　　節点数 117 要素数 1796

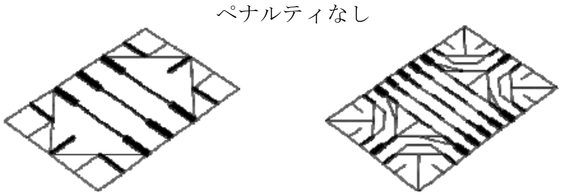
16.00kN　　3.12kN

図 4　解析モデル及び解析条件



C =1.94kNcm　　C =0.82kNcm

ペナルティなし



C =1.96kNcm　　C =0.85kNcm

ペナルティあり

図 5　解析結果

図 3，5 より，ペナルティの効果は見られないことがわかる．また，節点数，要素数が増えると，コンプライアンスが小さくなった．これは，節点間距離が短くなったため，剛性が高くなったためと考えられる．

5. 片持ち梁の位相最適化

次に，3 次元問題の例題として，図 6 に示す片持ち梁の問題を解く．材料は鉄筋コンクリートで，ヤング係数 E:2060(kN/cm^2) ，断面積 100(cm^2)，再計算数 30 回．鉛直，水平荷重は 10kN，体積制約は 0.2～0.4 の比較を行っている．

図 7 を見ると，質量制約が変化しても，位相はあまり変化せず，要素密度が大きくなった．また，この問題ではペナルティをかけたことによって，よりシンプルな位相が得られた．

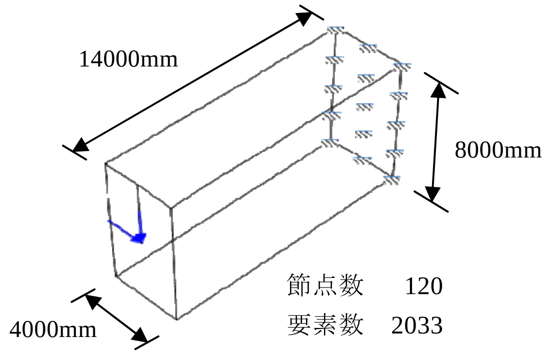
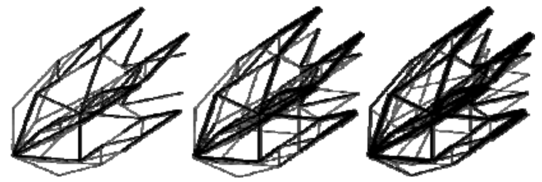


図 6　解析モデル及び解析条件



ペナルティなし

ペナルティあり

図 7　解析結果

6. 結語

本研究では，3 次元に拡張したプログラムを用いて，床梁問題，片持ち梁問題を解析したが，鮮明な位相が得られ，現実問題へ適用できると考えられる．

参考文献

1) 高田豊文，松岡貴，体積とコンプライアンスを目的関数としたトラス・トポロジー最適化問題への線形計画法の適用，日本建築学会構造系論文集，第 598 号，pp.87-91，2005

2) 藤井大地，真鍋匡利，高田豊文，グランドストラクチャ法による建築構造の形態創生，日本建築学会構造系論文集，第 73 巻第 633 号，2008