42. 粒子法を用いた大変形をともなう構造体の位相最適化

05168014　　内山裕也
指導教員　　藤井大地　教授

位相最適化　粒子法　MPS 法　拡張 ESO 法　CA 法

1. はじめに

近年，建築構造のデザインを考えるツールとして，位相最適化手法による構造形態創生が注目されている．

連続体を対象とした位相最適化手法のうち，代表的なものは，数理計画に基づく手法として，均質化設計法，密度法が主流である．また数理計画法によらない発見的手法として，ESO 法，拡張 ESO 法，セルラオートマトン（CA）法[1]などがある．

最近では計算技術の発達から，位相最適化手法は非線形問題に対しても適用が試みられている．特に，幾何学的非線形問題への拡張は比較的容易であるため多くの研究例が見られるようになった．これらの多くは，有限要素法による応力変位解析を基調としたものであるが，有限要素法では幾何学的非線形解析においてメッシュの存在が問題になる場合がある．

一方，メッシュに依存せず解析を行うことのできる手法も提案されている．粒子法は離散化の過程において一切メッシュを用いない手法であり，この中でも， MPS 法は，比較的簡単なアルゴリズムで幾何学的非線形性を精度良く扱うことのできる粒子法である．

本研究では，MPS 法を用いて幾何学的非線形性を考慮した位相最適化手法を提案する．

2. MPS 法[2]

MPS 法はベクトル解析における微分演算子に対応する粒子間相互作用モデルを用いて連続体の支配方程式を離散化するものである．

3. 位相最適化手法

本研究では位相最適化手法として，CA 法と ESO 法の両方（CA-ESO 法）を用いる．

まず，本研究における最適化問題は，位相更新ごとに変動する応力制約条件下における総質量 M の最小化問題として次のように定式化する．

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} \quad M = \sum m \\ &\text{Subject to} \quad \left(\sigma_i^{VM}\right)^k > \left(X_{cr}\right)^k \end{aligned} \tag{1}$$

ここで，σ_i^{VM} は，粒子 i の von Mises 応力，k は当該の進化段階，X_{cr} は拡張 ESO 法において位相更新の基準となる閾値である．ただし，MPS 法において偏差応力は粒子間で定義されているため，まず，粒子 ij 間で定義される von Mises 応力 σ_{ij}^{VM} を次式で計算する．

$$\sigma_{ij}^{VM} = \sqrt{\left(\sigma_{ij}^{nx}\right)^2 + \left(\sigma_{ij}^{ny}\right)^2 - \sigma_{ij}^{nx}\sigma_{ij}^{ny} + 3\left(\sigma_{ij}^{s}\right)^2} \tag{2}$$

ここで，σ_{ij}^{nx} は σ_{ij}^{n} の x 方向成分，σ_{ij}^{ny} は σ_{ij}^{n} の y 方向成分である．したがって，粒子 i の von Mises 応力 σ_i^{VM} は重み付き平均として次式で求められる．

$$\sigma_i^{VM} = \frac{d}{n^0}\sum_{i \neq j} \sigma_{ij}^{VM} w\left(\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|\right) \tag{3}$$

von Mises 応力の分散から，標準偏差 ϕ は von Mises 応力の平均値 σ_{mean}^{VM} を用いて次式から求められる．

$$\sigma_{mean}^{VM} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \sigma_i^{VM}, \quad \phi = \sqrt{\frac{\sum(\sigma_i^{VM} - \sigma_{mean}^{VM})^2}{N}} \tag{4}$$

これらを用いて閾値 X_{cr} は次式で計算する[3]．

$$X_{cr} = \sigma_{mean}^{VM} - \eta\phi \tag{5}$$

ここで， η は閾値 X_{cr} の制御変数であり，通常は 1 とする．

MPS 法による応力変位解析が終了したとき，粒子 i の von Mises 応力 σ_i^{VM} が von Mises 応力の平均値を超えれば，近傍粒子として粒子 j が発生し， σ_i^{VM} が X_{cr} の値を下回れば，粒子 i は消滅するという局所規則を適用する．ただし，近傍粒子の判定には，次式に示す近傍判定係数 ${}_{CA}r_e^k$ を最小粒子間距離に乗じた近傍粒子半径を用いる．また，L^0 は初期の粒子間距離で，α は倍率を設定する係数で，本研究では 2 としている

$${}_{CA}r_e^k = \alpha^{\psi} \cdot L^0, \quad \psi = \sqrt{\frac{MR^k - MR_{end}}{1 - MR_{end}}} \tag{6}$$

ここに， MR^k は当該の進化段階における質量比，MR_{end} は質量制約条件を満たす質量比である．これは，進化の初期段階においては大幅な粒子の復活を許容し，進化に伴って近傍粒子を Neumann 近傍へ収束させるものである．これにより，拡張 ESO 法において等値線を描くことなく双方向進化を可能としている．

Topology Optimization of Structure with Large Deformation using Particle Method

UCHIYAMA Yuya

構造解析研究室

4.　解析例

本研究においては，材料定数はヤング率 $E = 205GPa$，ポアソン比 $\nu = 0.3$，密度 $\rho = 7850kg/m^3$ とする．

4. 1 片持ち梁（縦：横 1:1）の位相最適化

図 1 に片持ち梁（縦：横 1:1）の解析モデルを示し，図 2 に解析結果を示す. 図 3 には, 静水応力分布を示す.

静水応力分布では，暖色の部材引張材で，寒色の部材が圧縮材で構成されている.

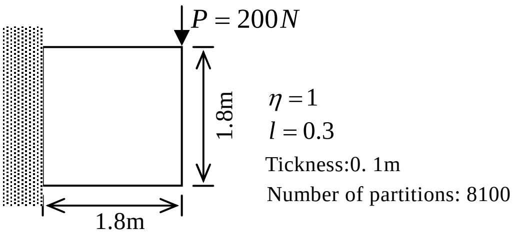


図 1 解析モデル

Initial Topology　　step30　　step47

図 2 von Mises 応力分布

Initial Topology　　step30　　step47

図 3 静水応力分布

4. 2 片持ち梁（縦：横　2:3）の位相最適化

図 4 に片持ち梁（縦：横 2:3）の解析モデルを示し，図 5,6 に荷重を変えた静水応力分布を示す．荷重の違いによって位相が変わることがわかった.

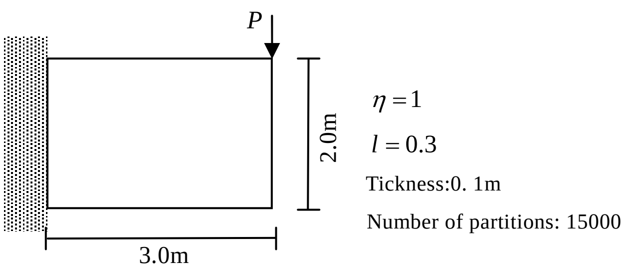
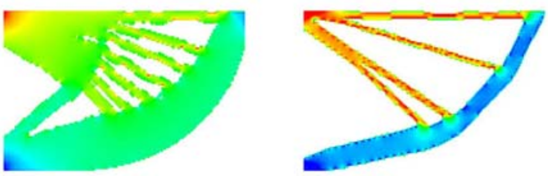
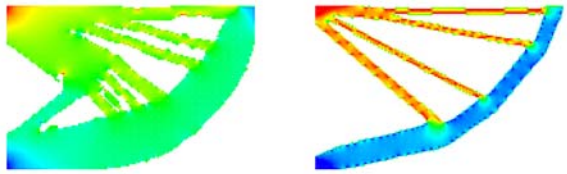


図 4 解析モデル



step10　　step45

図 5　(a)　$P = 200KN$ での静水応力分布



step10　　step43

図 6　(b) $P = 80MN$ での静水応力分布

4. 3 Michell 梁問題の位相最適化

図 7 に Michell 梁の解析モデルを示し，図 8, 9 には荷重を変えた静水応力分布を示す．下から荷重を受ける場合，力が荷重点と繋がる引張部材を通して上部へ伝えられ，その後，圧縮部材を通して支持点へ伝達するということがわかる

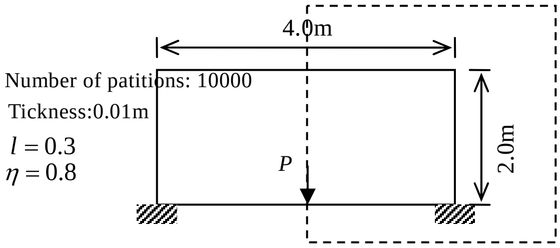


図 7　解析モデル

step10　　step62

図 8　(a) $P = 1000N$ での静水応力分布

step10　　step57

図 9　(b) $P = 10MN$ での静水応力分布

5.　終わりに

本研究では，粒子法を用いて幾何学的非線形性を考慮した位相最適化手法を示した．荷重の違いによって位相が変わることがわかった．よって，比較的容易に幾何学的非線形性を反映した位相を得たといえる.

参考文献

1) 三井和男, セルオートマトンによる構造システムの自律的生成と最適化 日本建築学会構造系論文集　第 555 号 p101-105, 2002
2) 越塚誠一，粒子法，丸善，2005
3) 三井和男，大崎純，大森博司，田川浩，本間俊雄，発見的手法による構造のフォルムとシステム，計算工学シリーズ 4，コロナ社，2004

構造解析研究室