

35. CA-ESO 法による構造物の位相最適化に関する研究

06168093 間野 明人
指導教員 藤井 大地 教授

位相最適化 CA 法 ESO 法 密度法 有限要素法 発見的的手法

1 はじめに

境界形状だけでなく、内部の穴の数や穴の形状まで最適化できる位相最適化手法は、機械部品の軽量化や建築分野の構造形態の創生手法として、幅広く応用が進んでいる。このような位相最適化手法には、大きく分けて、均質化法、密度法 (SIMP 法) などの数理計画法にもとづく方法と、CA 法、ESO 法などの発見的手法にもとづく方法がある。どちらの方法も多くの論文が発表されているが、これら 2 種の方法を同じ解析条件で比較した研究は見あたらない。

本研究では、粒子法による位相最適化手法で提案された CA 法と ESO 法を組み合わせた発見的手法 (CA-ESO 法)¹⁾⁴⁾を有限要素法に適用し、数理計画法にもとづく密度法⁵⁾との比較により、CA-ESO 法の有効性を検討する。

2 CA-ESO 法

まず、ESO 法の敏感数 (要素消去の条件) として、次式で定義される von Mises 応力 σ^{VM} を用いる。

$$\sigma^{VM} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 6\tau_{xy}^2} \quad (1)$$

ESO 法では、各要素の敏感数が与えられた閾値よりも小さくなるとその要素が消去される。大森ら⁶⁾の拡張 ESO 法では、この敏感数 (ここでは応力 σ^{VM}) の閾値 X_{cr} は、応力の平均値 σ_{cr} と平均値からの偏差平均 ϕ を用いて次式で定義される。

$$X_{cr} = \sigma_{cr} - \eta \cdot \phi^p \quad (2)$$

ここに、 η は適当に与えられる制御変数である。また、 σ_{cr} と ϕ は次式により定義される。

$$\sigma_{cr} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_i^{VM}, \quad \phi = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\sigma_i^{VM} - \sigma_{cr})^2}{N}} \quad (3)$$

ここに、 N は要素数、また、(2)式の p は 2 に設定する。

また、有限要素法では、要素を消去すると計算が不安定になるため、消去された要素のヤング係数を $1/10^3$ にすることで対応する。(2)式の X_{cr} は、応力の不均等性が高い場合は緩い閾値となり、応力が平均値に均等化されてくると平均値に近い閾値となる。また、制御変数 η が大きくなると粒子が消去されにくくなり、 η が小さくなると消去されやすくなる。

次に、消去された要素を復活させる条件として CA 法の考え方を用いる。CA 法は、各要素の敏感数にしたがって

その要素の近傍要素の生滅を決めるもので、ここでは、各要素の σ^{VM} が σ_{cr} より大きい場合にその要素の近傍要素を発現 (復活) させるものとする。ただし、ここでは、近傍要素を Neumann 近傍 (辺を共有する要素) とする。

3 解析例

3.1 CA-ESO 法の有効性の検討

まず、図 1 に示す解析モデルで解析を行う。ただし、ヤング係数 $E = 206\text{kN/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ 、要素分割数は 120×75 とする。

図 2 は、(2)式の制御変数 η の影響について調査したものである。ただし、要素数比 $R_N^{obj} = N^{obj}/N$ (N^{obj} : 目標要素数) を 0.5 としている。図に示すように、 η の値が大きくなると目標の要素数比に到達せずに収束することがわかる。この解析例では 0.9~1.1 が妥当な設定となっていることがわかる。

図 3 は、 $\eta = 1.1$ の場合で、図 2 に示す最適化計算ステップ数と位相の変化の関係を示したものである。図より、ほぼ 33 ステップで最終位相に収束していることがわかる。

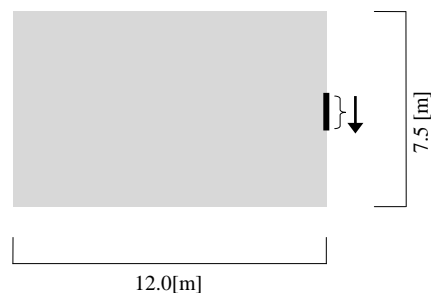


図 1 解析モデル

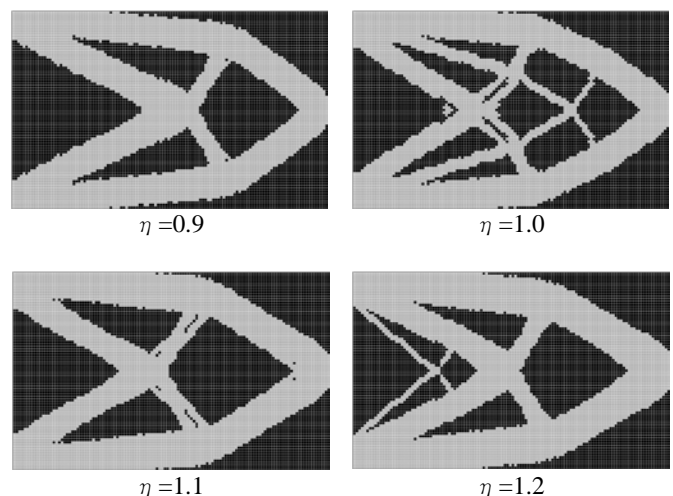


図 2 制御変数 η の影響に関する調査

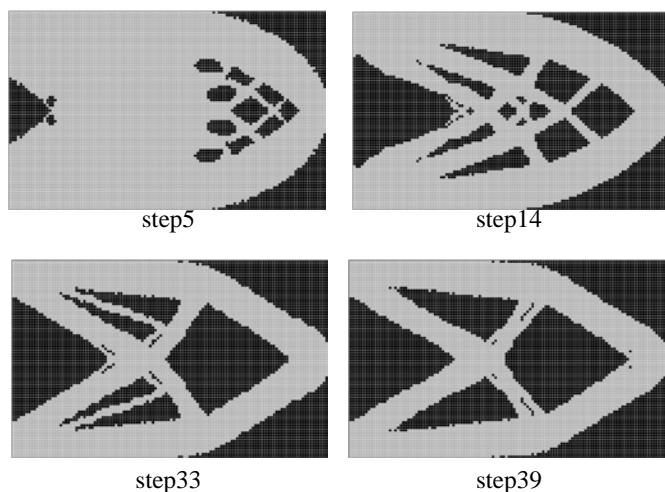


図 3 最適化ステップ数と位相の変化

図 4 は、要素数比 R_N^{obj} を 0.4~0.7 に変化させた場合の位相を示したものである。図には、 η の値も示している。図に示すように、要素数比の制約が 0.6 以上になると、異なる位相が求まることがわかる。

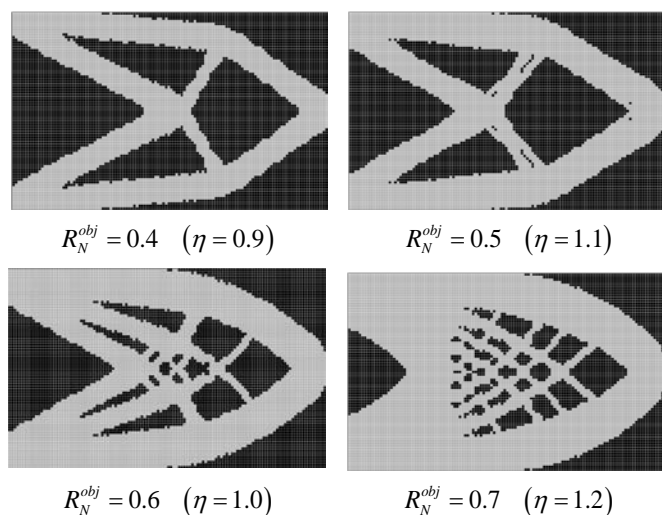


図 4 各要素数比制約における位相

3.2 CA-ESO 法と密度法の比較

次に、図 1 の解析モデルで、CA-ESO 法と密度法の比較を行う。比較に用いる密度法は、文献 5) に示されている手法を用いる（本書にプログラムも付属している）。

図 5 は、図 1 の解析モデルで、要素数比（密度法では質量比）の制約を変化させた場合の最適位相を比較したものである。図 5 の左図が CA-ESO 法、右図が密度法であり、それぞれ同じ要素数比（質量比）で最適位相を比較してある。なお、CA-ESO 法の場合、目標とする要素数比に収束しない場合があるため、 R_N^{obj} の横の括弧内に最終ステップの要素数比を示している。また、密度法の質量制約は、CA-ESO 法の最終ステップの要素数比に対応したものとしている。

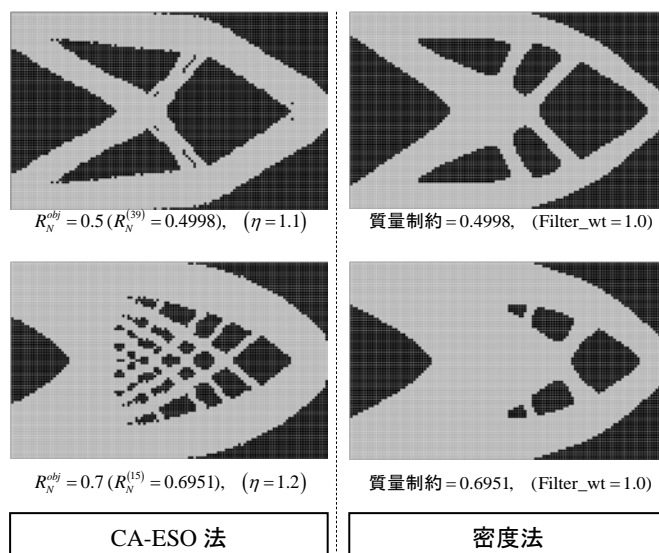


図 5 CA-ESO 法と密度法の比較

図 5 より、CA-ESO の最適位相と密度法の最適位相は、必ずしも一致しないことがわかる。

4 まとめ

本研究では、粒子法による位相最適化手法¹⁾⁴⁾で提案された CA-ESO 法を有限要素法に適用し、数値計画法にもとづく密度法との比較により、CA-ESO 法の有効性を検討した。

その結果、有限要素法に適用した CA-ESO 法では、得られる位相が、要素消去の閾値を制御するパラメータ η に依存すること、要素数比の設定値が大きくなると位相が変化することなどがわかった。

また、密度法との比較により、CA-ESO の最適位相と密度法の最適位相は必ずしも一致しないこと、密度法では、質量制約が変化してもほぼ同位相が得られるが、CA-ESO 法では、目標とする要素数比の設定により位相が変化することがわかった。

参考文献

- 1) 真鍋匡利, 藤井大地, 粒子法を用いた位相最適化手法の提案, コロキウム構造形態の解析と創生 2008, pp. 41-46, 日本建築学会, 2008
- 2) 真鍋匡利, 藤井大地, 粒子法を用いた弾性体の位相最適化 CA-ESO 法の適用, 日本建築学会中国支部研究報告集, Vol.32, 201, 2009. 3
- 3) 真鍋匡利, 藤井大地, 粒子法を用いた有限変形を伴う弾性体のトポロジー最適化, 計算工学講演会論文集, Vol.14, 2009.5
- 4) 真鍋匡利, 藤井大地, 粒子法を用いた発見的手法に基づく有限変形を伴う弾性体のトポロジー最適化, 日本建築学会大会学術講演梗概集(東北) 構造 I, pp.349-350, 2009.8
- 5) 藤井大地, 「建築デザインと最適構造」, 丸善, 2008
- 6) 大森博司, 崔昌禹, 等値線を利用した拡張 ESO 法による構造形態の創生. 日本建築学会構造系論文集, Vol. , No. 539: pp. 87-94, 2001.