

### 34. 力法を用いた骨組構造の形状最適化に関する研究

0710920112 兵頭健太  
指導教員 藤井大地 教授

形状最適化 力法 感度係数 骨組構造

#### 1. はじめに

近年、構造解析および施工技術の発達により、幾何学的な形態にとらわれないより不定形で自由な形態の建築物が建築されるようになってきている。また、意匠設計者の求める恣意的な形態に対して、形状最適化手法を適応して形状修正を行う方法が発展している。

形状最適化技術は、機械分野の部品等の形状設計にも利用されており、これまで、有限要素法を用いた様々な形状最適化手法が提案されてきた<sup>1)</sup>。有限要素法による形状最適化手法として最も原始的な方法は、境界節点座標を設計変数とする最適化問題を数理計画法によって解く方法であるが、この方法では形状を記述する自由度(設計変数)を有限要素モデルの自由度よりも少なく制限しないと境界形状が波打つなどの問題が生じる。このため、境界形状の自由度を制限する方法として、形状を B-スプライン曲線やベジエ曲線と与える方法<sup>2),3)</sup>や、形状を基本変形モードの線形和で表し、その係数を設計変数に選ぶ方法<sup>4)-6)</sup>(ベシスベクトル法)などが提案されている。しかしながら、形状の自由度を制限する方法では、形状のコントロールポイントや基本変形モードをユーザーが設定する必要があり、一般ユーザーにとって形状最適化を難しいものとしている。これに対して、畔上, 下田ら<sup>7),8)</sup>は、形状の自由度を制限せずに形状最適化を行う方法を提案した。これは目的関数の節点座標に関する感度係数に負号を付けた値を節点荷重として加え、その時の変形にしたがって形状を変更していく方法で、力法(Traction method)と呼ばれている。この方法では、境界形状の波打ち現象が生じないことが証明されており、メッシュのゆがみが生じにくいというメリットがある。

最近、建築分野では、建築構造の骨組骨格をなす骨組構造に対してもより自由な形態を模索する傾向があり、骨組構造の形態にも構造的合理性を付加できる手法が望まれている。そこで、本研究では、畔上らによって提案された力法を、建築骨組の形状最適化問題に適用する。本提案手法では、目的関数をコンプライアンスとし、位相最適化手法で一般的に用いられている感度解析法を採用する。本論文では、その有効性を検証する。

#### 2. 最適化問題の定式化

本論文では、2次元骨組の形状最適化として、以下のような問題を考える。

目的関数  
 $C(\mathbf{q}) = \mathbf{f}^T \mathbf{d} = \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d}$   
 を最小にする節点座標  
 $\mathbf{q} = \{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_i, y_i, \dots, x_n, y_n\}$   
 を求める。 (1)  
 ただし、要素総長さの制約条件  
 $L = \sum_{i=1}^m l_i \leq L^U$   
 を満足するものとする。

ここに、 $C$ はコンプライアンス、 $\mathbf{f}$ は節点外力ベクトル、 $\mathbf{d}$ は節点変位ベクトル、 $\mathbf{K}$ は全体剛性マトリクス、 $x_i, y_i$ は*i*番目の節点の座標値、 $L$ は要素の総長さ、 $l_i$ は*i*番目要素の長さ、 $L^U$ は要素の総長さの制約値、 $n$ は座標変更を行う節点数、 $m$ は要素数である。

#### 3. 感度解析法

次に、コンプライアンス  $C$  の節点座標に関する微分(感度係数)の計算方法を示す。

まず、(1)式を目的関数の関係式より、

$$\frac{\partial C}{\partial q_j} = \mathbf{d}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial q_j} \mathbf{d} + 2\mathbf{d}^T \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial q_j} \quad (2)$$

また、次式の剛性方程式の両辺を  $q_j$  で微分すると、

$$\mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{f} \rightarrow \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial q_j} \mathbf{d} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial q_j} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial q_j} \quad (3)$$

ここで(4)式の関係(2)式に代入すると次式が得られる。

$$\frac{\partial C}{\partial q_j} = -\mathbf{d}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial q_j} \mathbf{d} + 2\mathbf{d}^T \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial q_j} \quad (4)$$

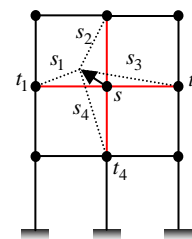


図1 骨組構造における節点移動

図1に示すように  $s$  番目節点の座標が変化すると、 $s$  番目節点に接続する  $s_1 \sim s_4$  番目の要素のみが変化しその他の要素は変化しない。したがって、この場合  $s$  番目節点の  $x, y$  座標に関する(5)式の感度係数は、次のようになる。

$$\frac{\partial C}{\partial x_s} = -\sum_{i=s_1}^{s_2} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i)}{\partial x_s} \mathbf{d}_i^e \right\} + 2 \sum_{i=s_1}^{s_2} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{f}_i^e)}{\partial x_s} \right\}$$

$$\frac{\partial C}{\partial y_s} = -\sum_{i=s_1}^{s_2} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i)}{\partial y_s} \mathbf{d}_i^e \right\} + 2 \sum_{i=s_1}^{s_2} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{f}_i^e)}{\partial y_s} \right\}$$
(5)

ただし、 $x_s, y_s$  は、 $s$  番目節点の  $x, y$  座標を示す。

#### 4. 法による形状最適化

次に、法による形状最適化の方法を示す。

法では、まず、目的関数の各節点の  $x, y$  座標に関する感度係数を求め、この感度係数に負号を付けたものを各節点の  $x, y$  方向荷重として加える。そして、線形弾性解析によって各節点の変位を求め、この変位に適当な倍率を掛けたものを節点座標の増分  $\Delta \mathbf{q}$  とする。

#### 5. 解析例

##### 5.1 開腹式上路アーチ橋

次に、図 2 に示す開腹式上路アーチ橋の解析を行う。

解析条件として、材料は角形鋼管(断面積  $A = 900\text{mm}^2$ , 断面 2 次モーメント  $I = 6.75 \times 10^4 \text{mm}^4$ , ヤング係数  $E = 205000\text{N/mm}^2$ ) の均一素材とし、下図のように  $w = 10\text{N/mm}$  の等分布荷重を加える。

図 3 より、変更倍率が 0.04 の時、橋梁の最適解が得られた。コンプライアンスは初期形状に比べて非常に小さくなった。下部の直線要素がきれいなアーチ構造となっているのがわかる。また初期形状の柱の圧縮材が垂直ではなく若干、斜めになっている。これは、軸力をアーチ部に伝えるためだと考える。

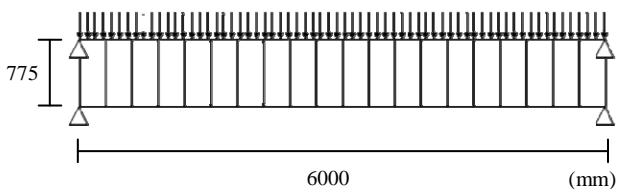


図 2 初期形状



図 3 収束解

##### 5.2 トラス構造タワー

次に、図 4 に示すトラス構造タワーの解析を行う。

解析条件として、幅 80m, 高さ 500m, 水平力として、 $Z = 1.0, C_0 = 0.2, 0.5, 1.0$  とした  $A_i$  分布とし、層重量 800kN, 部材は、すべて角形鋼管(断面積  $A = 900\text{mm}^2$ , 断面 2 次モーメント  $I = 6.75 \times 10^4 \text{mm}^4$ , ヤング係数  $E = 205000\text{N/mm}^2$ ) とする。

図 5 は、収束解を示す。水平力が大きくなりすぎなければ、ほぼ左右対称な収束解が得られることがわかる。また、コンプライアンスも初期形状に比べて、小さい値となった。

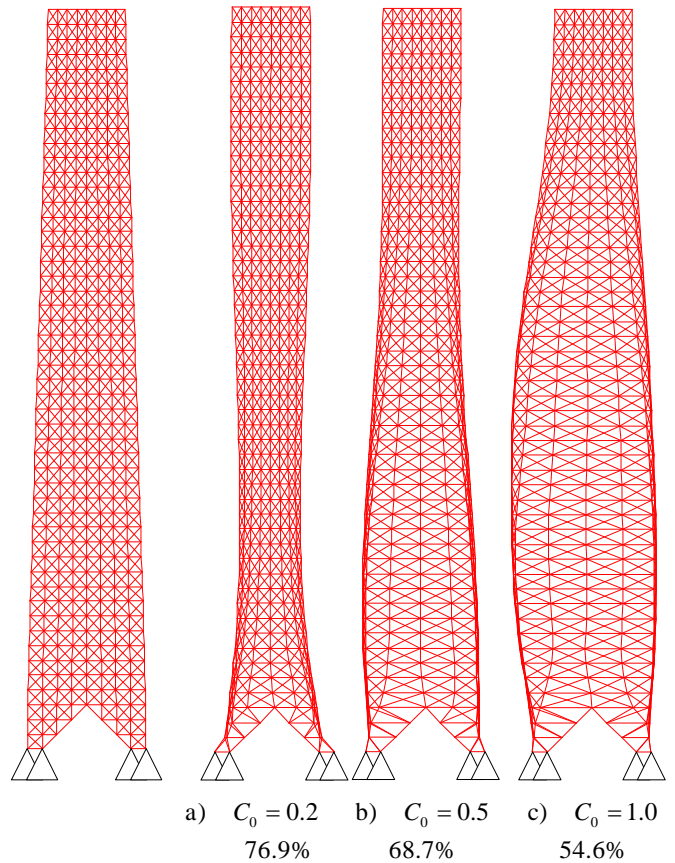


図 4 初期形状

図 5 収束解

#### 6. おわりに

本論文では、畔上らによって提案された法を、建築骨組の形状最適化問題に適用する方法を示した。

橋梁とトラス構造タワーの形状最適化例により、提案手法の有効性を検討した。その結果、橋梁では、非常に滑らかなアーチ橋の形状が得られ、また、トラス構造タワーでは左右の対称性も見られ、内部構造も整然とした形状となっており、設計者が骨組構造の形状最適化を行う場合、より有効な手法であることがわかった。

#### 参考文献

- 1) 畔上秀幸：形状最適化問題の解法，計算工学，Vol.2, No.4, pp.27-35, 1997
- 2) Braibant, V. and Fleury, C. : Shape optimal design using B-splines, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.44, pp.247-267, 1984
- 3) Braibant, V. and Fleury, C. : An approximation concepts approach to shape optimal design, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.53, pp.119-148, 1985
- 4) Belegundu, A.D. and Rajan, S.D. : A shape optimization approach based on natural design variables and shape functions, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 66, pp.87-106, 1988
- 5) Raasch, I., Chargin, M.S. and Bruns, R. : Optimierung von pkwbauteilen in bezug auf form und dimensionierung, *VDI Berichte*, Nr. 699, pp.713-748, 1988
- 6) Vanderplaats, G.N. and Miura, H. : GENESYS-structural synthesis software using advanced approximation techniques, *AIAA Report*, 92-4839-CP, pp.180-190, 1992
- 7) 下田昌利, 呉志强, 畔上秀幸, 桜井俊明：汎用 FEM コードを利用した領域最適化問題の数値解析法 (法によるアプローチ), 日本機械学会論文集, A 編, 60 巻, pp.2418-2425, 1994.10
- 8) 畔上秀幸：線形弾性問題における領域最適化解析 (法によるアプローチ), 日本機械学会, A 編, 60 巻, pp.2312-2318, 1994
- 9) 佐治和哉, 藤井大地：骨組構造の形状最適化における感度解析, 日本建築学会中国支部研究報告集, Vol133, 203, 2010. 3