

## 25. 力法による高層ビルの形状最適化に関する研究

0910920051 高木日花里  
指導教員 藤井大地 教授

形状最適化 力法 感度解析 骨組構造 分布荷重

### 1. はじめに

近年、構造解析および施工技術の発達により、幾何学にとらわれない、より不定形で自由な形態の建築物が設計・建築されるようになってきている。また、シェル構造等では、意匠設計者の求める恣意的な形態に対して、形状最適化手法を適用して形状修正を行う方法が発展してきている。最近、建築分野では、連続体のシェル構造のみならず、骨組構造に対してもより自由な形態を模索する傾向があり、骨組構造の形態にも構造的合理性を付与できる手法が望まれている。

一方、藤井、垣田らは、畔上、下田ら<sup>1)-3)</sup>によって提案された力法を、建築骨組の形状最適化問題に適用する方法を示した<sup>4)</sup>。この方法は、鉛直集中荷重下において、骨組配置を変更し、最適形状を求める方法である。

骨組構造の骨組配置を最適化する際、一般に変位が未知量であれば、外力が既知量となり、外力の感度が 0 になるが、分布荷重（常時荷重）、地震力等の、要素長さにより節点に作用する等価節点力が変化する外力の問題の場合、外力の感度が生じる。高層ビルなど、解析時に各層重量が大きく影響する問題では、外力の感度を無視できない。そこで、本報告では、文献 4) において提案された骨組構造の形状最適化手法に、外力の感度を付与することを目的とした分布荷重を扱った問題に適用し、外力の感度を考慮する有効性を示す。

### 2. 力法による形状最適化

<p>目的関数</p> $f_{obj}^{(k)}(\mathbf{q}) = C^{(k)} + w_1 C_0 \left( \frac{L^{(k)}}{L^{max}} - 1 \right)^2 + w_2 C_0 \left( \frac{L^{min}}{L^{(k)}} - 1 \right)^2$ <p>if <math>\frac{L^{(k)}}{L^{max}} \leq 1</math> then <math>w_1 = 0</math></p> <p>if <math>\frac{L^{min}}{L^{(k)}} \leq 1</math> then <math>w_2 = 0</math></p> <p>を最小にする節点座標</p> $\mathbf{q} = \{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_i, y_i, \dots, x_n, y_n\}$ <p>を求める。</p> <p>ただし、<math>L^{(k)}, L^{max}, L^{min}</math> の計算に使用される要素は任意</p>	(1)
---	-----

力法による形状最適化の方法は、本研究室で行われてきた研究の方法にもとづいて行う。本方法での最適化問題

を以下のように考える。

(1)式より、ここに、 $C^{(k)}, L^{(k)}$  は、繰り返し回数が  $k$  ステップ時のコンプライアンスと要素総長さ、 $C^{(0)}$  は初期形状のコンプライアンス、 $L^{max}, L^{min}$  は要素総長さの上限値と下限値、 $w_1, w_2$  は上限値、下限値に関する重み係数、 $x_i, y_i$  は  $i$  番目節点の座標値である。なお、本論文では、 $w$  は入力データとして与えている。

また、 $\alpha$  はデータとして与え、 $\beta = 1.43, \gamma = 1.01$  としている。

### 3. 感度解析法

コンプライアンス  $C$  の節点座標に関する感度係数の計算法を示す。まず、(1)式の目的関数の関係式より、

$$\frac{\partial C}{\partial q_j} = \mathbf{d}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial q_j} \mathbf{d} + 2\mathbf{d}^T \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial q_j} \quad (2)$$

また、次式の剛性方程式

$$\mathbf{Kd} = \mathbf{f} \quad (3)$$

の両辺を  $q_j$  で微分すると、

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial q_j} \mathbf{d} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial q_j} = 0 \quad (4)$$

(4)式を(2)式に代入すると、

$$\frac{\partial C}{\partial q_j} = -\mathbf{d}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial q_j} \mathbf{d} \quad (5)$$

外力が変化する分布荷重だと、(5)式は次式の関係になる。

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial q_j} \mathbf{d} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial q_j} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial q_j} \quad (6)$$

ここで、(6)式の関係(2)式に代入すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial C}{\partial q_j} = -\mathbf{d}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial q_j} \mathbf{d} + 2\mathbf{d}^T \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial q_j} \quad (7)$$

ここで、全体剛性マトリクス  $\mathbf{K}$  は、要素剛性マトリクスを用いて次のように表すことができる。

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^m \mathbf{L}_i^T \mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i \mathbf{L}_i \quad (8)$$

ここに、 $\mathbf{T}_i$  は  $i$  番目要素の座標変換マトリクス、 $\mathbf{k}_i^e$  は  $i$  番

目要素の要素固有の座標系における要素剛性マトリクスである。また、 $\mathbf{L}_i$  は  $i$  番目要素の剛性マトリクスを全体剛性マトリクスに割り当てる 0 と 1 の成分で構成される収集行列で、次式の関係がある。

$$\mathbf{d}_i^e = \mathbf{L}_i \mathbf{d} \quad (9)$$

ただし、 $\mathbf{d}_i^e$  は要素の全体座標系の節点変位ベクトルである。また、全体座標系の節点外力ベクトル  $\mathbf{f}$  は、要素の要素座標系の節点力ベクトル  $\hat{\mathbf{f}}_i^e$  または全体座標系の節点力ベクトル  $\mathbf{f}_i^e$  を用いて次のように表すことができる。

$$\mathbf{f} = \sum_{i=1}^m \mathbf{L}_i^T \mathbf{T}_i^T \hat{\mathbf{f}}_i^e = \sum_{i=1}^m \mathbf{L}_i^T \mathbf{f}_i^e \quad (10)$$

したがって、この場合、 $s$  番目節点の  $x, y$  座標に関する (6) 式の感度係数は、(7), (8), (9) 式を考慮すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial x_s} &= -\sum_{i=s_1}^{s_4} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i)}{\partial x_s} \mathbf{d}_i^e \right\} + 2 \sum_{i=s_1}^{s_4} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \hat{\mathbf{f}}_i^e)}{\partial x_s} \right\} \\ \frac{\partial C}{\partial y_s} &= -\sum_{i=s_1}^{s_4} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \mathbf{k}_i^e \mathbf{T}_i)}{\partial y_s} \mathbf{d}_i^e \right\} + 2 \sum_{i=s_1}^{s_4} \left\{ \mathbf{d}_i^{eT} \frac{\partial (\mathbf{T}_i^T \hat{\mathbf{f}}_i^e)}{\partial y_s} \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

ただし、 $x_s, y_s$  は、 $s$  番目節点の  $x, y$  座標を示す。

#### 4. 解析例

図 1 は 8 層 3 スパンブレース構造ビルの解析モデルを示す。本解析モデルでは支持点以外の全節点が  $x$  方向に移動可能としている。外力は各階単位重量を 60kN/m とし、等分布荷重、Ai 分布による水平力を加えている。ただし、水平力は、地域係数を 1、標準せん断力係数を 0.2 とし、初期形状から一定としている。

図 2 は外力の感度を考慮した場合と考慮しなかった場合の解析結果の比較である。ただし、解析にあたり、(a)、(b) 両方の上下限値の重み係数  $w_1, w_2$  を 0 とし、要素総長さの上限値下限値の制約を与えていない。また、最適化の繰り返し計算数は 10000 回、初期形状変更倍率係数  $\alpha$  は 0.0005 に設定している。

外力の感度を考慮した場合と考慮しなかった場合を比較すると、感度を考慮した場合の方が、コンプライアンスが小さくなっていて、より最適な形状になったといえる。また、外力の感度を考慮した場合の方が、初期形状よりも要素総長さが短くなっている。これは、コンプライアンスを小さくするため、外力を減らす働きが生じたと考えられる。よって外力の感度を考慮した方が、より有効であるといえる。

#### 5. まとめ

本論文では、文献 4) において提案された骨組構造の形状最適化手法に、外力の感度が生ずる問題である分布荷重の問題に適応する方法を示した。そして、解析モデルによって、外力の感度を考慮する有効性を示した。

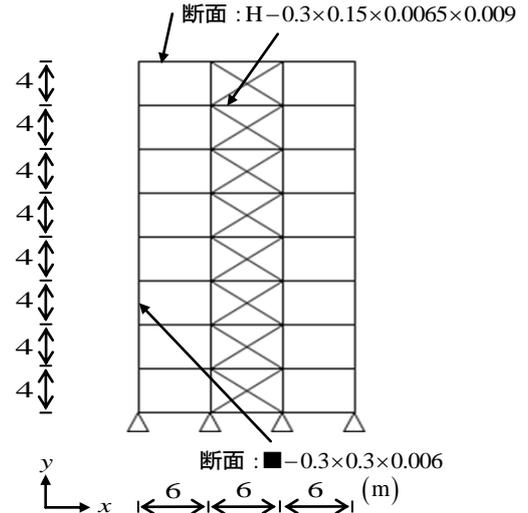
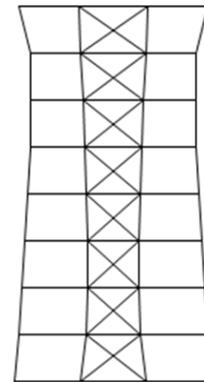


図 1 解析モデルの初期形状



(a) 外力の感度なし  $C_r = 0.715, L_r = 0.876$

(b) 外力の感度あり  $C_r = 0.169, L_r = 0.510$

図 2 解析結果の比較

#### 参考文献

- 1) 畔上秀幸：領域最適化問題の一解法，日本機械学会論文集，A 編，60 巻，pp.1479-1486，1994.6
- 2) 下田昌利，呉志強，畔上秀幸，桜井俊明：汎用 FEM コードを利用した領域最適化問題の数値解析法（力法によるアプローチ），日本機械学会論文集，A 編，60 巻，pp.2418-2425，1994.10
- 3) 畔上秀幸：線形弾性問題における領域最適化解析（力法によるアプローチ），日本機械学会，A 編，60 巻，pp.2312-2318，1994
- 4) 藤井大地，垣田仁：力法による骨組構造の形状最適化，日本建築学会構造系論文集，第 682 号，pp.1881-1886，20012.12