31.　MPS 法を用いた構造物の大変形解析に関する研究

1210920028　　信吉良輔
指導教員　　藤井大地　教授

粒子法　MPS 法　大変形解析　位相最適化　メッシュフリー法

1. はじめに

近年，３Dプリンタの普及にともない，力学的に合理性のある構造形態を創生する方法として位相最適化手法が注目されている．このような位相最適化手法にも様々なものがあるが，一般に微小変形問題で得られた解は，剛性が高くても座屈等で脆性的な破壊をする場合があることが知られている．このため，幾何非線形を考慮できる位相最適化手法が望ましいが，幾何非線形を考慮できる手法は未だ研究段階にあり，汎用ソフトにも組み込まれていない．これは，一般に有限要素法にもとづく方法では，最適化計算に必要となる感度解析が難しいことと，位相が変化すると座屈等の分岐により安定的に解を得ることが難しいためである．そこで，本研究室では，幾何非線形を考慮できる粒子法（MPS法[1]）とCA-ESO法[2]を組み合わせた位相最適化手法を開発している．ところで，このような手法を確立するためには，MPS法の大変形解析に関する特性を十分把握することが必要であるが，MPS法は主に流体解析に利用されてきた方法で，構造解析への適用例は少ないのが現状である．

そこで，本研究では，本研究室で開発されたMPS法の２次元構造解析プログラムを用いて，特に建築構造で重要となる座屈現象をシミュレートできるかどうかを検証し，また，MPS法＋CA-ESO法で得られた解が，どのような変形特性を有するかをいくつかの数値解析例によって検討する．

2. MPS 法による構造解析手法

粒子法は，連続体を有限個の粒子によって表し，連続体の挙動を粒子の運動によって計算する方法である．粒子法ではまず，同じ大きさの粒子を領域形状に合わせて生成し，粒子にはそれぞれ位置ベクトル $\mathbf{r}$ と回転角 θ の自由度を持たせる．一方，MPS 法は微分演算子に対応する相互作用モデルを用いて連続体の支配方程式を離散化するものであり，弾性体の支配方程式（運動方程式）をテンソルで表すと次式となる．

$$\rho\frac{\partial v_\alpha}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x_\beta}\left(\lambda\varepsilon_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta}+2G\varepsilon_{\alpha\beta}\right)+K_\alpha \tag{1}$$

ここに，ρ は密度，v_α は速度，x_β は座標，λ, G は弾性定数，$\varepsilon_{\gamma\gamma}, \varepsilon_{\alpha\beta}$ は歪みテンソル，K_α は物体力を表す．

また，弾性体の計算では粒子同士が垂直とせん断のバネによって接続されているとし（図1），粒子間の相互作用は重み関数 w を用いて，

$$w(r)=\begin{cases}\dfrac{r_e}{r}-1 & (0\le r<r_e)\\ 0 & (r_e\le r)\end{cases} \tag{2}$$

として与え，影響半径 r_e 内の粒子に対して相互作用するようにモデル化する（図2）．ただし，(2)式の r は初期配置における粒子間距離を表す. そして, (1)式を垂直応力，せん断応力，圧力の釣り合い式に分け，これに粒子間の相互作用モデルを適用して離散化し，各時間ステップの速度 $\mathbf{v}$ ，座標 $\mathbf{r}$，角速度 ω，回転角 θ を更新して計算を行う．

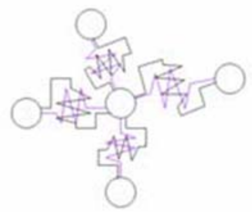

図1　弾性体のばねモデル

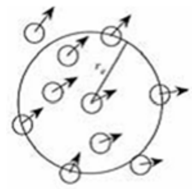

図2　相互作用モデル

3. 解析例

3.1 基本的な座屈問題の解析

まず，本手法の座屈問題に対する有効性を検討するために基本的な例題で解析を行う．図3は，解析モデルを示す．ただし，ヤング係数 $2.1\times10^{11}\,\mathrm{N/mm^2}$，ポアソン比0.3，単位体積質量 $7.86\times10^{-6}\,\mathrm{kg/mm^3}$，粒子数992とする．

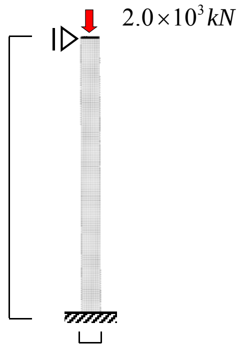

図3　座屈変形問題解析モデル

Study on Large Deformation Analysis of Structures using MPS Method

NOBUYOSHI Ryosuke

構造解析研究室

図4は，本解析による変形の過程を示したものである．図より，本手法により座屈現象がシミュレートできていることがわかる．また，図5は，棒の両端の境界条件を変えて解析を行い，その初期形状と最終変形形状を示したものである．図より，それぞれの境界条件に応じた座屈現象がシミュレートできていることがわかる．

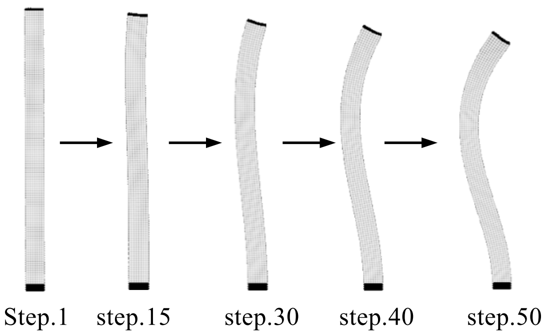

図4　解析結果（座屈変形の過程）

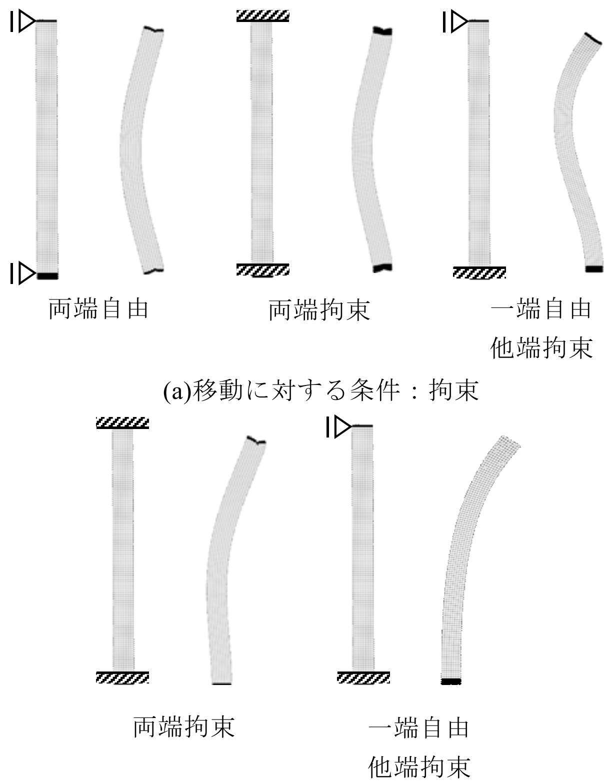

図5　解析結果（境界条件の変化と最終形状）

3.2 梁の位相最適化結果に対する分析

次に，本論文に示したMPS法とCA-ESO法を組み合わせた位相最適化手法によって得られた解の変形特性を検討する．

図6の(a)と(b)は，それぞれ荷重が小さい微小変形問題で得られた解と荷重が大きい大変形問題で得られた解に，同じ大きな荷重を加えて変形の様子をシミュレートしたものである．図に示されるように，微小変形問題で得られた形態では，梁中央部で座屈が生じるのに対して，大変形問題で得られた形態では，梁中央部の座屈が生じないことがわかる．

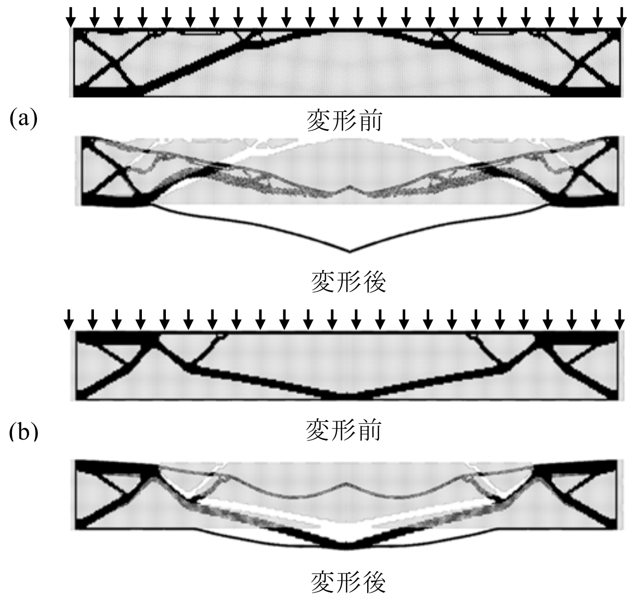

図6　位相最適化結果に対する変形シミュレーション

4. まとめ

本論文では，MPS法の２次元構造解析プログラムを用いて，建築構造で重要となる座屈現象をシミュレートできるかどうか，また， MPS法＋CA-ESO法で得られた解がどのような変形特性を有するかを検討した．

その結果，１本の棒を圧縮する基本的な例題により，棒両端の境界条件に応じた座屈現象がシミュレートできることがわかった．また，MPS法＋CA-ESO法で，微小変形問題で得られた解と大変形問題で得られた解の大変形における挙動を調査した結果，微小変形問題の解では座屈を生じていた箇所が，大変形問題の解では座屈を生じない形に改善されていることがわかった．

以上の結果より，本研究室で開発されたMPS法のプログラムは，構造物の座屈を適切に評価でき，また本手法を用いたCA-ESO法では，座屈に強いよりロバスト性のある形態が創生できることが確かめられた．

参考文献

1) 越塚誠一：粒子法，丸善，2005
2) 藤井大地，真鍋匡利，CA-ESO 法による構造物の位相最適化，日本建築学科構造系論文集，Vol.78，No.691，pp.1569-1574，2013.9