

IESO 法を用いたプレファブユニット壁の形態創生

COMPUTATIONAL MORPHOGENESIS OF PREFABRICATED UNIT WALL USING IESO METHOD

丸山瑞樹*

Mizuki MARUYAMA

In this paper, we focus on façade design of buildings used prefabricated walls, and we propose a method to design the prefabricated wall using topology optimization method. In this method, artificial design elements are added to the topology optimization method. In this paper, 2-axis symmetry and continuous pattern are adopted as the artificial design elements. Improved ESO (IESO) method is used for the topology optimization method. IESO method is improvement of initial ESO method, and in this method, benefits of BESO, Extended ESO, and CA-ESO methods are combined. In this paper, several numerical examples of computational morphogenesis of prefabricated walls are shown in order to verify the application possibility of the proposed method to the façade design of buildings used prefabricated walls.

Keywords : Topology optimization, ESO method, Computational Morphogenesis, Prefabrication, Façade design

位相最適化, ESO 法, 構造形態創生, プレファブリケーション, ファサードデザイン

1. はじめに

近年、製造技術の革新により、建築分野においても、大型の3Dプリンタを用いて建築物や建築物の構成部材を製造する試みが始まっている¹⁾。今後、このような技術が発展すれば、様々な形態の建築物が建設される可能性がある。一方、力学的に合理性のある構造形態を創生する方法として、位相(トポロジー)最適化手法(ソフトウェア)が普及しつつある。位相最適化手法はデジタルファブリケーション技術との親和性が高く、新しい形態の建築物や建築物の構成部材を開発するのに適している。

文献3)では、位相最適化手法の一つであるIESO法^{2,3)}を用いて建築構造形態の創生を試みているが、本手法で得られた建築物の構造形態をそのまま3Dプリンタで製造するにはもう少し技術発展が必要である。しかし、建築物の構成部材であれば、位相最適化手法を用いて創生した形態を3DプリンタやNC加工等で製造することは技術的に可能になってきている。そこで、本論文では、プレファブ工法による建築物のファサードデザインに着目し、位相最適化手法を用いて、力学的合理性と美しさを兼ね備えたプレファブ壁式構造建築物のユニット壁のデザインを創生することを試みる。

既往の研究で位相最適化手法を用いて建築物のファサード形態を創生したものとして、大森、風袋ら⁴⁾の研究が挙げられる。大森、風袋らは、拡張ESO法を用いて建築物のファサードの構造形態を創生し、これを元に実際に建築物を設計し建築している。また、Beghini

ら⁵⁾は、位相最適化手法を建築物の構造デザインに適用することにより構造的合理性とデザインを両立できることを示している。しかし、実際の建築物のファサードデザインに位相最適化手法が適用された例は未だ少ないのが現状である⁶⁾。

一般に、建築構造の位相最適化では、樹木が枝を張るような自然な形態が創生されるが³⁾、これが「美」という観点からどのように評価されるかが問題である。また、建築物のファサードデザインでは、周囲の建築物のファサードとのマッチングも重要な要素となる。四角い箱に四角い窓といった人工的なビル群の中では、自然の樹木のような形態はむしろ違和感を生じさせる場合もある。したがって、位相最適化手法で得られた形態を実際の建築物に適用するには、何らかの意匠設計者の意図を反映させる必要がある。そこで、本論文では、位相最適化手法で得られる形態にあえて人工的なデザイン要素を付与する方法を提案する。本論文では、この人工的なデザイン要素の例として2軸対称と連続パターンを取り上げる。

本論文で用いる位相最適化手法は、BESO法⁷⁾、拡張ESO法⁸⁾、CA-ESO法⁹⁾の利点を組み合わせ、初期のESO法¹⁰⁾を改良したIESO(Improved Evolutionary Structural Optimization)法^{2,3)}である。本論文では、本手法に2軸対称条件と連続パターン条件を付与する方法を提案し、プレファブ壁式構造建築物のユニット壁の形態創生により、その有効性を検討する。

* 近畿大学大学院 システム工学研究科 博士前期課程

Master's Course, Graduate school of Systems Engineering, Kindai University

2. IESO法の概要

本論文に用いる位相最適化手法では、設計領域を包含する直方体領域（各辺の長さ： L_x, L_y, L_z ）を考え、これを均等な直方体要素（voxel）で分割する（各辺の有限要素分割数： n_x, n_y, n_z ）。そして、実際の設計領域はボクセルの材料密度の有無（1/0）によって与える。この時、直方体要素（voxel要素）の各辺の長さ l_x, l_y, l_z は、 $l_x = L_x/n_x$ 、 $l_y = L_y/n_y$ 、 $l_z = L_z/n_z$ となる。

ボクセルを用いた応力解析の方法（voxel有限要素法）は、文献9)に示すものにしたがうものとする。また、IESO法による位相最適化では、ボクセル解析のメリットを生かすため、最適化の過程でリメッシュは行わず、存在要素の密度を1、除去要素の密度を0とすることで各ステップの設計領域を定義する。

IESO法では、要素除去に関しては、拡張ESO法⁸⁾のルールを用いる。ただし、要素除去の指標としてBESO法⁷⁾で用いられているひずみエネルギー感度を用いる。したがって、要素除去のルールは次式となる。

$$\rho_i = 0 \quad \text{if} \quad \alpha_i < X_{cr} \quad ; i=1, \dots, N_L \quad (1)$$

ここに、 ρ_i 、 α_i は要素 i の密度（0 or 1）とひずみエネルギー感度、 N_L は残存要素数、 X_{cr} は閾値で、次式で定義される。

$$X_{cr} = \alpha_{av} - \eta \cdot \phi \quad (2)$$

ただし、 α_{av} と ϕ は残存要素のひずみエネルギー感度の平均値と偏差平均であり、次式から計算される。

$$\alpha_{av} = \frac{1}{N_L} \sum_{i=1}^{N_L} \alpha_i \quad \phi = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_L} (\alpha_i - \alpha_{av})^2}{N_L}} \quad (3)$$

ここに、 η は要素の除去量を制御する制御変数であり、 η が大きいと要素が除去されにくく、 η が小さいと除去されやすくなる。

IESO法では、BESO法と同様に各ステップの要素除去率を与える。この除去率を λ とすると、第 k ステップの除去要素数 $N_R^{(k)}$ は、次式で計算される。

$$N_R^{(k)} = \begin{cases} \lambda N_L^{(k-1)} & \text{if } (1-\lambda)N_L^{(k-1)} \geq \bar{N}_L \\ N_L^{(k-1)} - \bar{N}_L & \text{if } (1-\lambda)N_L^{(k-1)} < \bar{N}_L \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 $N_L^{(k-1)}$ は $(k-1)$ ステップの残存要素数、 \bar{N}_L は残存要素数の制約値（下限値）である。そして、(1)式で除去される要素数が、(4)式の $N_R^{(k)}$ に近くなる $\eta^{(k)}$ （第 k ステップ(2)式の η ）をプログラム内で自動計算する³⁾。

一方、(1)式の α_i は、次のように求められる^{2,7)}。まず、次式により要素のひずみエネルギー感度 α_i^e が計算される。

$$\alpha_i^e = (1/2) \mathbf{d}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{d}_i \quad (5)$$

ただし、 \mathbf{K}_i 、 \mathbf{d}_i は要素 i の剛性マトリクスと節点変位ベクトルを表す。次に次式により節点 j の感度が計算される。

$$\alpha_j^n = \left(\sum_{i=1}^{M^e} \alpha_i^e \right) / M^e \quad (6)$$

ここに、 α_j^n は節点 j のひずみエネルギー感度、 M^e は節点 j に繋がる要素数を表す。そして、(1)式の α_i は次式から計算される。

$$\alpha_i = \left(\sum_{j=1}^{M^n} w(r_{ij}) \alpha_j^n \right) / \sum_{j=1}^{M^n} w(r_{ij}) \quad (7)$$

ただし、 M^n は要素 i の要素中心から影響半径 r_{\min} の球体内に含まれる節点数、 r_{ij} は要素 i の中心から節点 j までの距離、 $w(r_{ij})$ は要素中心からの距離に比例する重みで、次式で定義される。

$$w(r_{ij}) = r_{\min} - r_{ij} \quad (j=1, 2, \dots, M^n) \quad (8)$$

以上の解析では、有限要素解析に必要なデータとして、設計領域の大きさ (L_x, L_y, L_z) 、分割数 (n_x, n_y, n_z) 、ヤング係数、ポアソン比、境界条件、荷重条件がある。また、最適化計算に必要なデータとして、(8)式の影響半径 r_{\min} （実際には、 $r_{\min} = b_r \cdot l_x$ として l_x の倍数 b_r （影響半径倍率）で与える）、(4)式の残存要素数の下限値 \bar{N}_L （実際には、目標体積比 $\bar{V}_r = \bar{N}_L / (n_x \cdot n_y \cdot n_z)$ で与える）、除去率 λ （全要素数に対する1ステップの除去要素数の比）がある。また、設計領域内に空間や固定領域を設定する場合は、設計対象から除外する要素の番号・密度情報（0/1）を入力する必要がある。

3. 人工的デザイン要素の付与方法と計算アルゴリズムの改良

3.1 人工的デザイン要素の付与方法

次に、ボクセル有限要素法を用いたIESO法に2軸対称条件と連続パターン条件を付与する方法を示す。

Fig.1は、例として、64個のボクセルに対して、2軸対称条件と連続パターン条件を付与する場合の要素番号と特性番号（丸数字）を示す。また、Fig.2はこれに対応した設計変数番号を示す。なお、要素番号と特性番号は入力データとして与えられ、設計変数番号はプログラムで自動的に割り当てられる。

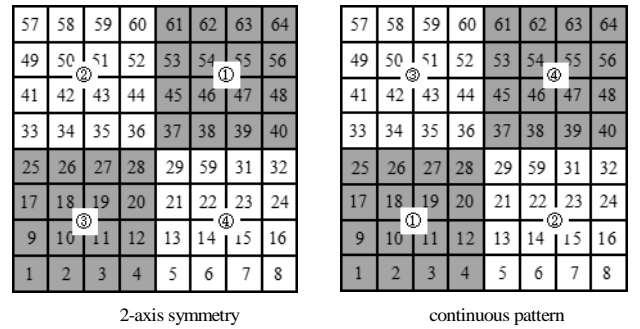


Fig. 1 Number of element and number of property

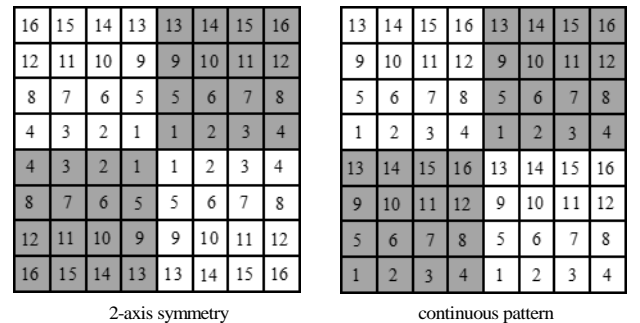


Fig. 2 Number of design variable

この場合、(1)式の α_i はすべての要素($i=1\sim 64$)について計算され、次に各設計変数に対するひずみエネルギー感度を次式から計算する。

$$e_q = \sum_{k=1}^{n_p} \alpha_{f(q,k)} \quad (q=1, \dots, N_{dev}) \quad (9)$$

ここに、 e_q は設計変数 q に対するひずみエネルギー感度、 n_p は特性数で、Fig.1では両条件共4で与えられる。また $f(q,k)$ は設計変数番号と特性番号から要素番号を得る関数で、たとえば、Fig.1の2軸対称条件で $q=1$ の場合は次のようになり

$$f(1,1)=37, f(1,2)=36, f(1,3)=28, f(1,4)=29$$

Fig.1の連続パターン条件で $q=1$ の場合は次のようになる。

$$f(1,1)=1, f(1,2)=5, f(1,3)=33, f(1,4)=37$$

また、(9)式の N_{dev} は設計変数の総数を表し、Fig.2の場合16となる。

したがって、(1)式は次のように書き換えられる。

$$\rho_i = 0 \quad \text{if } e_{g(i)} < X_{cr}^e \quad ; i=1, \dots, N_L \quad (10)$$

ここに、 $g(i)$ は、要素番号 i から設計変数番号を得る関数で、例えば、Fig.1の2軸対称条件の場合は次のようになり

$$g(1)=16, g(2)=15, g(3)=14, g(4)=13, \dots$$

Fig.1の連続パターン条件の場合は次のようになる。

$$g(1)=1, g(2)=2, g(3)=3, g(4)=4, \dots$$

また、(10)式の X_{cr}^e は、 e_q に関する閾値で次式から計算される。

$$X_{cr}^e = e_{av} - \eta \cdot \phi^e \quad (11)$$

ここに、

$$e_{av} = \frac{1}{N_{dev}} \sum_{q=1}^{N_{dev}} e_q \quad \phi^e = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^{N_{dev}} (e_q - e_{av})^2}{N_{dev}}} \quad (12)$$

なお、 η の計算法については、2章と同じである。

3.2 計算アルゴリズムの改良

文献3)では、境界線長さが短いシンプルな位相形態を求める方法として、(4)式の除去率 λ を比較的大きめ($\lambda=0.05\sim 0.1$)に設定し、やや荒削り状態で得られる収束解に対して、仕上アルゴリズムを適用する方法を示している。これは、3次元問題においては、要素数が膨大になるため、計算効率を改善するための処理でもある。しかしながら、本論文で扱う問題は2次元問題であるため、要素数はそこまで膨大とはならない。そこで、本論文では、除去率 λ をBESO法⁷⁾と同様に0.01程度に小さく設定し、(8)式の影響半径 r_{min} を調整することで、境界線長さが短い位相形態を求めるを試みる。ただし、除去率を小さくしても収束形態に孤立要素等が残る場合があるため、本論文では、文献3)の仕上アルゴリズムを少し改良して最終形態を求める。すなわち、本論文で用いる仕上アルゴリズムでは、まず、IESO法の収束解を読み込み、CA法の考え方⁹⁾にもとづき、(10)式の $e_{g(i)}$ が(12)式の e_{av} より大きくなる要素に対して、該当要素と面を共有するすべての要素(Neumann近傍要素)の密度を1にすることで要素付加を行う(文献3)のように目標付加率を定めた付加は行わない)。次に、再度IESO法で、除去率を0.01、影響半径倍率 b_r を1として解析を行い、仕上げを行う。

また、影響半径に関しては、文献3)では、影響半径倍率 b_r を3程度としていたが、本論文ではさらに大きな倍率も試みる。

4. 解析例

4.1 設計領域と解析条件

以上の手法を用いてユニット壁の形態創生を試みる。Fig.3は、解析モデルの設計領域と荷重および境界条件を示す。なお、解析は線形弾性範囲で行うため、寸法、材料定数の大きさは得られる位相に影響しない。Fig.3に示す設計領域のボクセル分割数は $240 \times 150 \times 2$ とし、境界条件は、すべての節点の面外変位を拘束、底面のすべての節点を完全拘束としている。なお、面外方向の分割は1でもよいが、本論文ではプリプロセッサの制約上2としている。また、荷重条件は、上面のすべての節点に鉛直荷重と双方向の水平荷重(地震力)を与え、水平荷重の大きさは、鉛直荷重1.0に対して0.2と1.0にした場合の解析を行っている。また、最適化の条件としては、目標体積比 \bar{V}_r を0.6、除去率 λ を0.01とする。

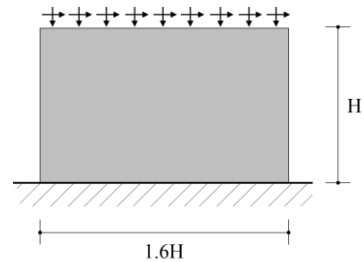


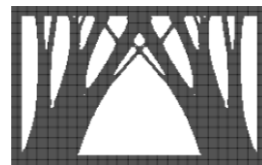
Fig.3 Design domain and conditions of numerical example

4.2 人工的デザイン要素を付与しない場合

Fig.4は、以下の解析例との比較に用いるものとして、人工的デザイン要素を付与しない場合の設計領域と解析結果を示す。図中には影響半径倍率 b_r 、残存要素の体積比 V_r 、およびコンプライアンス C と全要素の密度を1とした場合の初期コンプライアンス C^{02} 、 C^{10} との比を示している。ただし、 C^{02} は水平荷重の比が0.2、 C^{10} は1.0の初期コンプライアンス値を示す。なお、ユニット壁同士の接合を考慮して外枠部分は設計固定としている。

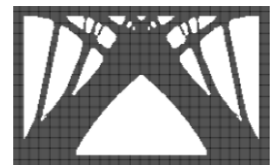


Design domain (black elements : non-eliminate)



$$b_r = 3, V_r = 0.593, C/C^{02} = 2.43$$

Horizontal load : 0.2



$$b_r = 3, V_r = 0.596, C/C^{10} = 2.33$$

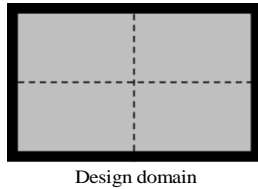
Horizontal load : 1.0

Fig.4 Results of analysis without artificial design element

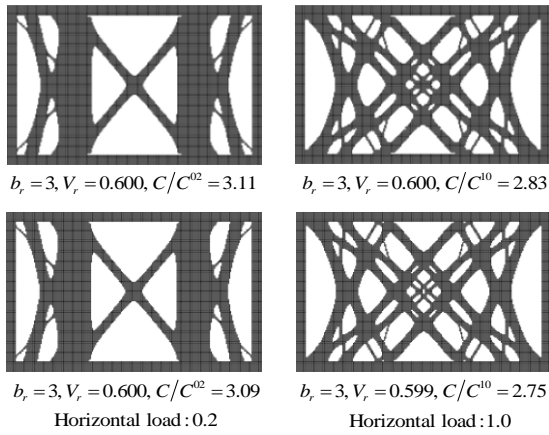
4.3 2軸対称条件を付与した場合

Fig.5は、2軸対称条件を付与した場合の解析結果を示す。また、図中には、3.2節に示す仕上アルゴリズム適用前(上段)と適用後(下段)の結果を示している。また、図中には影響半径倍率 b_r 、残存要素

素の体積比 V_r , コンプライアンス比を示している. また, 影響半径倍率 b_r は 3 とした場合と 10 とした場合の結果を示している. これらの図より, 仕上アルゴリズムの適用により剛性に寄与しない要素が消え, コンプライアンス比も改善されることがわかる. また, $b_r=3$ の場合は, 境界線長さが長い複雑な形態となるが, $b_r=10$ にすることで, 境界線長さが短いシンプルな形態が得られている. このように, 除去率 λ を 0.01 と小さくしても, 影響半径倍率を大きくすることで, 境界線長さが短いシンプルな形態を得ることが可能であることがわかる. また, Fig.4 の結果と比較すると, コンプライアンス比はやや高くなるが, よりバランスのとれた形態となっている.



Design domain



Horizontal load: 0.2

Horizontal load: 1.0

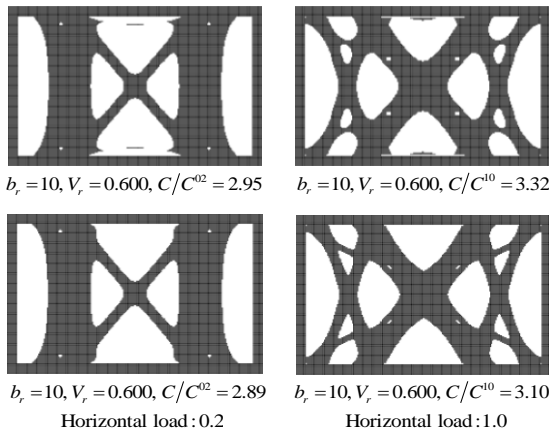
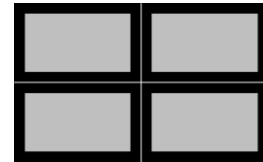


Fig.5 Results of analysis with 2-axis symmetry condition

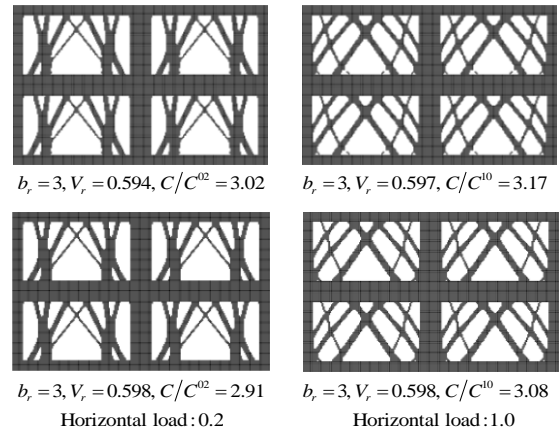
4.4 4連続パターン条件を付与した場合

Fig.6 は, 縦横 2 分割の連続パターン条件を付与した場合の解析結果を示す. 図には, 仕上アルゴリズム適用前 (上段) と適用後 (下段) の結果を示している. 図中には影響半径倍率 b_r , 残存要素の体積比 V_r , コンプライアンス比を示している. この場合も, 影響半径倍率 b_r は 3 と 10 の結果を示している. これらの図より, 仕上アルゴリズム適用の効果が現れていることがわかる. ただし, 仕上後のコンプライアンス比は仕上前に比較して必ずしも低くならない場合

がある. これは, 残存要素の体積比 V_r が目標体積比 $\bar{V}_r (=0.6)$ を下回るためである. これは, パターン連続の場合, 仕上によって応力が均等化され, 感度の平均値 ((12)式の e_m) より大きくなる要素が少なくなるためと考えられる. また, この場合も影響半径倍率 b_r を 10 にすることで, 境界線長さが短いシンプルな形態が得られている. また, Fig.4 の結果と比較すると, Fig.6 では, Fig.4 の形態を圧縮したような形態が並ぶことがわかる. これは, パターンのアスペクト比が全体のアスペクト比と同じであるためと考えられる. しかし, いずれの形態も, Fig.4 の結果と比較すると, コンプライアンス比はやや高くなるが, よりバランスのとれた形態となっている.



Design domain



Horizontal load: 0.2

Horizontal load: 1.0

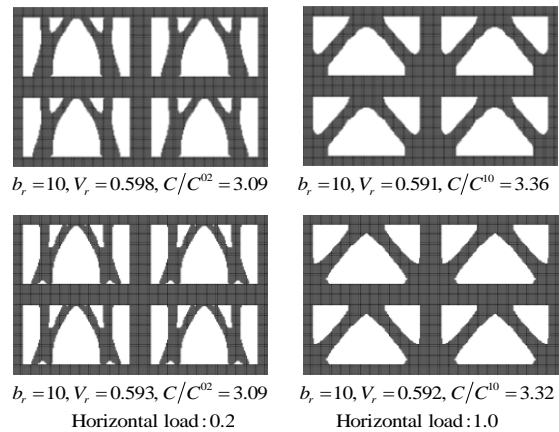


Fig.6 Results of analysis with 4-continuous pattern condition

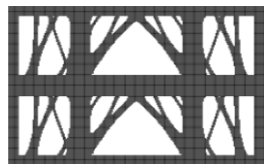
4.5 2連続パターン条件を付与した場合

Fig.7,8 は, パターンのアスペクト比を変えるため, 縦方向に 2 分割, 横方向に 2 分割の連続パターン条件を付与した場合の解析結果を示す. ただし, 図には, 仕上アルゴリズム適用後の結果のみを示している. 図に示すように, この場合は, Fig.4 とは異なる形態が得られている. また, この場合も影響半径倍率 b_r を 10 にすることで, 境界線長さが短いシンプルな形態が得られている. これらの図より, いずれの場合も, Fig.4 の結果に比較してコンプライアンス比はやや

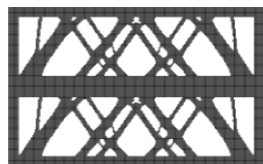
高くなるが、パターンが連続することで壁のデザインとしてはよりバランスのとれたものとなっていることがわかる。



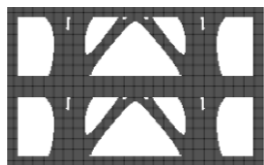
Design domain



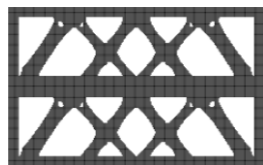
$b_r = 3, V_r = 0.599, C/C^{02} = 3.71$
Horizontal load: 0.2



$b_r = 3, V_r = 0.599, C/C^{10} = 2.85$
Horizontal load: 1.0



$b_r = 10, V_r = 0.599, C/C^{02} = 3.57$
Horizontal load: 0.2

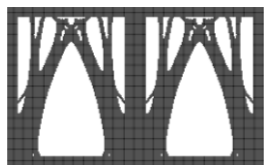


$b_r = 10, V_r = 0.569, C/C^{10} = 3.05$
Horizontal load: 1.0

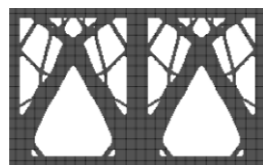
Fig.7 Results of analysis with 2-continuous pattern condition



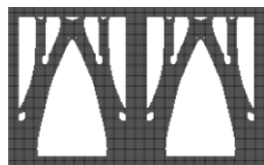
Design domain



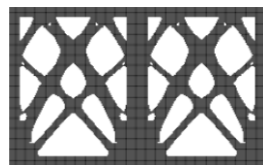
$b_r = 3, V_r = 0.597, C/C^{02} = 2.44$
Horizontal load: 0.2



$b_r = 3, V_r = 0.599, C/C^{10} = 2.80$
Horizontal load: 1.0



$b_r = 10, V_r = 0.574, C/C^{02} = 2.58$
Horizontal load: 0.2



$b_r = 10, V_r = 0.599, C/C^{10} = 2.71$
Horizontal load: 1.0

Fig.8 Results of analysis with 2-continuous pattern condition

4.6 ファサードイメージ

Fig.9～Fig.16は、Fig.5～Fig.8の $b_r=10$ の結果をもとに、9層6スパン建築物のファサードのイメージ図を作成し、これを都会のビル郡の中に配置してみたものである。ただし、Fig.5～Fig.8の $b_r=10$ の結果に現れる細かい穴は塗り潰して表現している。これらの図より、2軸対称条件や連続パターン条件を付与することにより、街の中の建築としても、周囲と馴染む位相が得られる可能性を示している。



Fig.9 Façade design based on the result of HL:0.2 in Fig.5



Fig.10 Façade design based on the result of HL:1.0 in Fig.5



Fig.11 Façade design based on the result of HL:0.2 in Fig.6

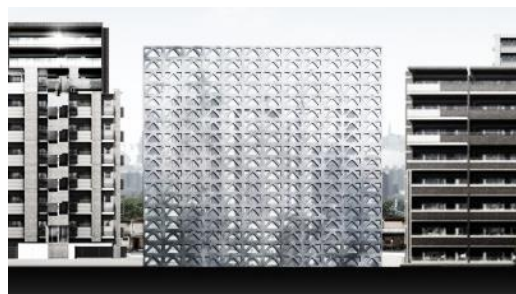


Fig.12 Façade design based on the result of HL:1.0 in Fig.6



Fig.13 Façade design based on the result of HL:0.2 in Fig.7



Fig.14 Façade design based on the result of HL:1.0 in Fig.7

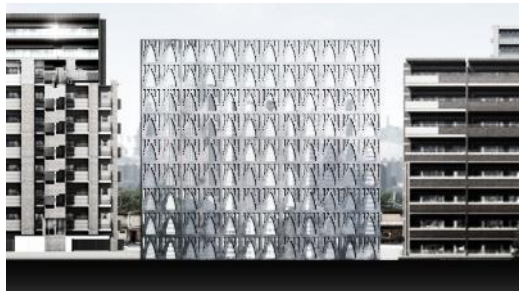


Fig.15 Façade design based on the result of HL:0.2 in Fig.8



Fig.16 Façade design based on the result of HL:1.0 in Fig.8

5. まとめ

本論文では、位相最適化手法を建築物のファサードデザインに適用する方法として、ボクセル有限要素法を用いた IESO 法に 2 軸対称条件と連続パターン条件を付与する方法を提案し、壁式構造建築物のユニット壁の形態創生により、その有効性を検討した。

その結果、以下の知見が得られた。

- (1) ボクセル有限要素法では、要素配列が均等であるため、特性番号にしたがった設計変数番号の自動割付により、2 軸対象条件やパターン連続条件を容易に付与できる。
- (2) 改良した仕上アルゴリズムを適用することで剛性に寄与しない要素がほとんど消え、コンプライアンス比も改善される。
- (3) 2 軸対称条件や連続パターン条件を付与することで、コンプライアンスはやや劣化するが、ユニット壁としてはよりバランスのとれた形態が得られる。
- (4) 2 軸対称条件や連続パターン条件を付与することで、付与していないものに比べ、ファサードデザインとしては、都会の集合住宅等に用いても周りの建物と、調和の取れたものとなる。

以上より、位相最適化手法を建築デザインに用いる場合、何らかの人工的なデザイン要素を付与することで、より魅力的なファサードデザインを創生できることがわかった。ただし、実際の建築物のファサードとして用いる場合は、本解析で得られた形態をもとに、さらに意匠設計者の手が加わることが望ましい。コンピュータが作り出すものは一つのコンセプトで、これに意匠設計者の手が加わることで、真の形態美が生まれるものと思われる。

なお、本論文では、以上のようなユニット壁を実際にどのように製造するかまでは検討していない。現状の技術ではコスト的に困難かも知れないが、今後、鑄造技術、あるいは繊維コンクリート、CLT 板等、自由な形態を容易に造り出せる材料等の開発が進めば、いずれは本論文に示したようなファサードが街並みに現れることもありえると考えている。

謝辞

本論文の解析例のモデル作成および結果の表示には、(株)くいんと VOXELCON を利用している。(株)くいんとの石井恵三氏、月野誠氏、英山寛之氏に、研究室で開発したソフトとのデータリンクについて技術協力を得た。また、4.6 節のファサードイメージは、近畿大学大学院(建築意匠研究室)の松田一明氏に作成していただいた。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Izabela Hager, Anna Golonoka, Roman Putanowicz : 3D printing of buildings and building components as the future of sustainable construction ?, *Procedia Engineering* 151, pp.292-299, 2016
- 2) 新内洋平, 松本慎也, 藤井大地: 改良型 ESO 法を用いた 3 次元構造物の位相最適化, *日本建築学会構造系論文集*, Vol.81, 第 723 号, pp.851-858, 2016.5
- 3) 新内洋平, 松本慎也, 藤井大地: IESO 法を用いた建築構造の形態創生, *日本建築学会構造系論文集*, Vol.82, 第 731 号, pp.97-103, 2017.1
- 4) 大森博司, 風袋宏幸, 飯嶋俊比古, 武藤 厚, 長谷川泰稔: 構造形態創生法によるオフィスの設計, *日本建築学会技術報告集*, 第 20 号, pp.72-82, 2004.12
- 5) Lauren L. Beghini, Alessandro Beghini, Neil Katz, William F. Baker, Glaucio H. Paulino : Connecting architecture and engineering through structural topology optimization, *Engineering Structures*, 59, pp.716-726, 2014
- 6) Mark Donofrio : Topology optimization and advanced manufacturing as meand for the design of sustainable building components, *Procedia Engineering* 145, pp.638-645, 2016
- 7) X. Huang, Y. M. Xie : Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method, *Finite Elements in Analysis and Design* 43, pp.1039-1049, 2007
- 8) 大森博司, 崔昌禹: 拡張 ESO 法による構造形態の創生-多目的適応型構造とシェル構造への適用-, *日本建築学会構造系論文集*, 第 552 号, pp.109-116, 2002.2
- 9) 藤井大地, 岡部諒, 真鍋匡利, CA-ESO 法とボクセル有限要素法を用いた 3 次元構造物の位相最適化, *日本建築学系論文集*, Vol.79, No.703, pp.1279-1286, 2014.9
- 10) Y. M. Xie, G. P. Steven : *Evolutionary Structural Optimization*, Springer, 1997