

ESO 法と力法を用いた部分的複層ラチスシェル構造の形態創生

COMPUTATIONAL MORPHOGENESIS OF PARTIAL MULTILAYER LATTICE SHELL STRUCTURE USING ESO METHOD AND TRACTION METHOD

西郡 祥*

Sho NISHIGORI*

Recently, due to advances in analytical techniques and production technologies, shell structures designed with free-form surfaces that are not dependent on geometrical form are increasing. Such free-form surface shells are in many cases reinforced concrete construction at present. However, in buildings where translucency is regarded as important, the number of single-layer lattice shell structures will increase in the future. Therefore, in this research, we propose a new form of lattice shell shape creation based on a single layer lattice shell, considering a partial multilayer lattice shell structure that structurally compensates for this.

Keywords : Topology optimization, ESO method, Shape optimization, Traction method, Lattice shell structure, Computational Morphogenesis

位相最適化, ESO 法, 形状最適化, 力法, ラチスシェル構造, 構造形態創生

1. はじめに

ラチスシェル構造は、軽量で透光性に優れた構造形式である。このようなラチスシェル構造には、大きく分けて単層ラチスシェルと複層ラチスシェルがある。単層ラチスシェルは、軽快で美しい構造を実現できるため、最近では、世界各地に建設されるようになってきている。しかしながら、座屈を生じると急激に耐力が低下する全体座屈が生じやすく、より高度な設計技術が必要となる¹⁾。これに対して、複層ラチスシェルは、上下弦材が腹材と協働して面外曲げに抵抗するため高い面外剛性と耐力を有する。また、面外曲げに対しても部材の軸力で抵抗する機構となるため、その耐力は個材座屈で決定される場合が多い²⁾。このため、単層ラチスシェルに比較して設計も容易であり、広く一般に普及している。

一方、最近では、解析技術や生産技術の進歩により、幾何学式に依らない自由曲面で設計されるシェル構造が増えてきている。このような自由曲面シェルは、現状では鉄筋コンクリート造が多いが、透光性が重視される建築物では、今後、単層ラチスシェル構造も増えてくると考えられる。しかしながら、地震という不確定要素を抱える日本では、全体座屈崩壊の危険性が高い単層ラチスシェル構造の採用には不安が伴う。そこで、本研究では、単層ラチスシェルを基本とし、これを構造的に補う形の複層ラチスシェル構造を考え、このような部分的複層ラチスシェル構造の形態創生法を提案する。

このような部分的複層ラチス構造を提案した先行研究としては、陳^{2,3)}の 1.5 層スペースフレームがある。これは、2 層の節点と 1 層の弦材および束材と斜材によって構成され、上弦材があれば下弦材が不要、下弦材があれば上弦材が不要ということで、複層ラチスの

一部の部材を省略した構造と言える。陳の一連の研究では、このような組み合わせは複数存在し、様々な形態を形成できることを示している。そこで、本研究では、ラチスシェル構造の新たなデザインを創生する 1 つのツールとして本手法を提案する。

本研究で提案する部分的複層ラチスシェル構造の形態創生法は、まず、平面状の複層ラチスを構成し、力法による骨組構造の形状最適化手法⁴⁾を用いてシェルの形状を創生する。次に、ESO 法による骨組構造の位相最適化手法⁵⁾を用いて、複層ラチスシェルの部材を全体剛性への寄与の小さい部材から徐々に除いていくという方法である。ただし、ここではシェル上面材は除かれないものとし、すべての設計対象部材が除かれた形は単層ラチスシェルとなる。すなわち、本手法では、腹材と下弦材は単層ラチスシェルを補強するものと見なし、腹材と下弦材により単層ラチスシェルのロバスト性を高めるという発想にもとづいている。

本論文では、基本的な例題で提案手法の有効性を確認し、次に自由曲面シェルの形態創生を試みる。なお、本手法で用いる力法による骨組構造の形状最適化手法に関しては文献 4) で、ESO 法による骨組構造の位相最適化手法に関しては文献 5) でその有効性が検証されている。本論文では、この二つの手法を利用して、部分的複層ラチスシェルの形態創生を行う。

2. 最適化手法の概要

2.1 ESO 法を用いた位相最適化

まず位相最適化手法の概要を示す。本研究で用いる位相最適化手法は、初期の ESO 法⁶⁾の考え方にもとづき、非常にシンプルな計

* 近畿大学大学院 システム工学研究科 博士前期課程

Master's Course, Graduate School of Systems Engineering, Kindai Univ.

算アルゴリズムを用いている⁵⁾。

本研究では、四角錐の複層ラチスシェルを初期構造（グランドストラクチャ）とする。ただし、上層面は単層ラチスとしても成り立つ構造とし、接合部は剛接合とする。また、腹材および下弦材は軸力のみを受け持つピン接合部材とする。このようなグランドストラクチャに、荷重および境界条件を与え、骨組有限要素解析を行う。そして、ESO法により、下記の手順で全体剛性への寄与が小さい部材から除いていく。ただし、上層面の部材は、設計対象から外し除去しないものとする。

- ① グランドストラクチャの解析を行い、各設計対象要素のひずみエネルギー密度を計算する。なお、 i 番目要素のひずみエネルギー密度 V_i は次式により計算される。

$$V_i = (1/2) \mathbf{d}_i^T (\rho_i \mathbf{k}_i) \mathbf{d}_i / (A_i l_i) \quad (1)$$

ただし $\mathbf{d}_i, \mathbf{k}_i$ は i 番目要素の節点変位ベクトルと要素剛性マトリクス、 A_i, l_i は i 番目要素の断面積と要素長さである。また、要素密度 ρ_i は、 i 番目要素の有無を表すパラメータで、残存している要素は 1 とし、除去要素は 1/1000 となる。なお、除去要素の密度を 0 としないのは、不安定構造になった時の連立方程式の特異性を避けるためである。

- ② 設計対象要素（残存要素）の要素番号をひずみエネルギーの小さい順に並べる。
- ③ 最もひずみエネルギーの小さい要素番号の要素をグランドストラクチャから除去する。なお、同じ最小ひずみエネルギーの要素が複数ある場合は、複数除去する。（これは対称性を保つための処置でもある。）
- ④ すべての設計対象要素が無くなるまで①～③を繰り返す。
- ⑤ 表示ソフトを用いて、すべての除去ステップを参照し、目標の性能を満足する骨組構造を選定する。

以上のように、本手法は非常に単純であり、また、中間密度が無いいため、解の選択も容易であることがわかる。また、本手法で得られたすべての除去ステップの解は、線形弾性問題においては、最適解あるいは最適解に近い解が得られることが確かめられている⁴⁾。

2.2 法による形状最適化

次に、骨組問題に対する法による形状最適化の概要を示す。本研究で用いる形状最適化手法は法と呼ばれる方法である⁴⁾。

本方法では、節点座標を設計変数とし、構造全体のコンプライアンスを目的関数とする。この場合、節点座標に関する感度係数は(1)式と同様のひずみエネルギー密度となる。一般的な形状最適化では、この感度係数をもとに最適化問題を解き、形状を変更していくが、法では、この感度係数の大きさに比例した外力を節点に加え、その外力による弾性変形に倍率を掛けることで形状変更を行っていく。

本論文では、この場合の形状変更の倍率を、要素長さの平均値を基準とし、初期（第 1 ステップ）の節点座標増分の最大値（絶対値）が要素長さの平均値の α 倍となるよう設定する。また、最適化の総計算ステップ数を N_{op} とすると、 $N_{op} \times \beta$ までは、変更倍率の絞り込みは行わず、それ以降のステップでは $1/\gamma^{(k-N_{op}/\beta)}$ を掛けて絞り込みを行う。ただし、 k はステップ数。なお、本論文では、 α, β はデータとして与え、 $\gamma=1.01$ としている。

3. 解析例

次に、2章で示した ESO 法による位相最適化と法による形状最適化の両方を用いたラチスシェル構造の形態創生の有効性を検討する。ただし、位相最適化では、単層ラチスシェルとなる上層面の部材は、設計対象外とし、除去されないものとしている。

3.1 解析例 1

ここでは、基本的な例題として、Fig.1 に示す四角錐ユニットを平面に 10×10 個並べたラチスシェル構造を有すモデルについての形態創生例を示す。Fig.2 は、このユニットを平面状に並べて連結したものと拘束点の位置を示し、設計領域を 30m×30m としている。Fig.3 は、グランドストラクチャを示している。Table.1 に各部材諸元を示す。なお、トラス材として部材を機能させるために断面二次モーメントを解析の都合上 1cm^4 としている。また、主構造を単層ラチスシェル構造としているので、これを構成する部材同士の接合状態は剛接合とし、それ以外の部材接合関係はピン接合としている。なお、すべての部材において、ヤング係数 E は、 $2.05 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ とし、せん断弾性係数 G は $7.9 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ としている。荷重条件は、拘束点以外の上層面の節点に鉛直力 2.0kN/m^2 を与えている。

Fig.4 は、位相最適化による要素の除去過程を示している。

Fig.5 は、Step31 における位相を立面図、透視図で示す。Fig.6 は、位相最適化のコンプライアンス比のグラフを示しており、これを 1 つの指標として位相を決定している。

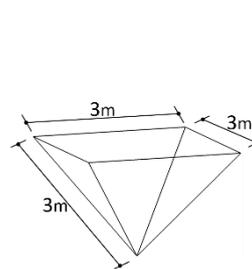


Fig.1 Element connection relationship

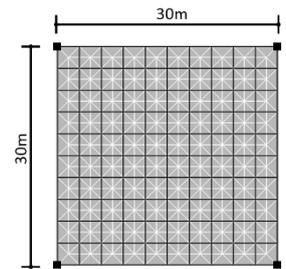


Fig.2 Initial shape (plan view)

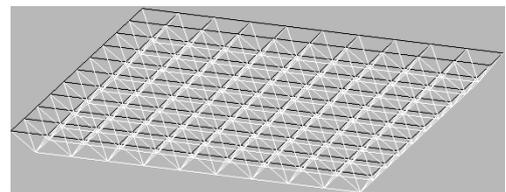


Fig.3 Grand structure(Perth)

Table.1 material property

部材	サイズ [mm]	断面積 A[cm ²]	断面2次モーメント I[mm ⁴]
単層ラチスシェル	φ-165.2×11	53.29	1590
トラス材	φ-101.6×8.5	24.86	---

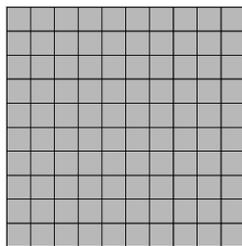
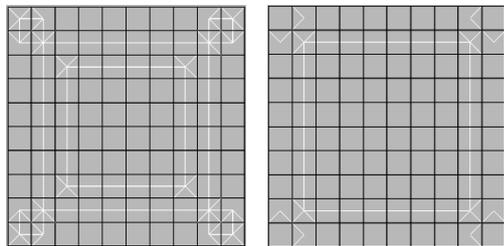
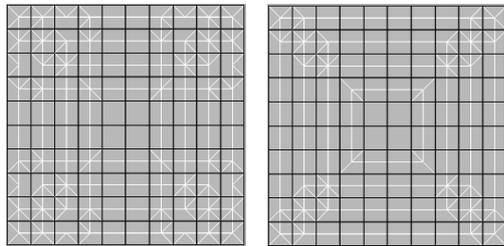
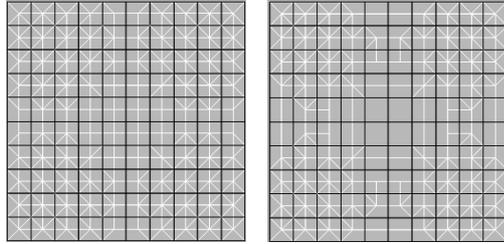
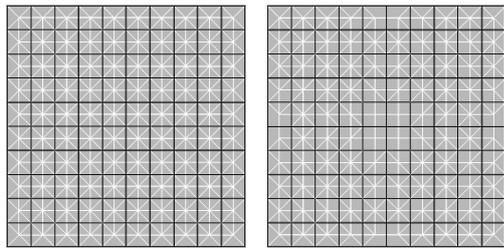
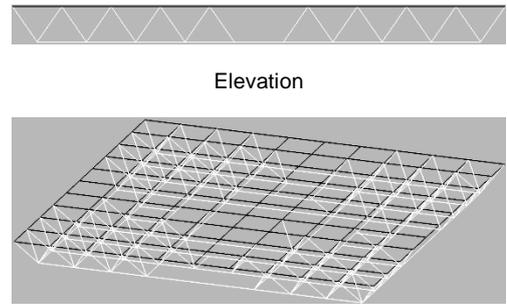


Fig.4 Element removal process



Perth
Step31
 $C/C_0 = 1.145$
Fig.5 Topology optimization

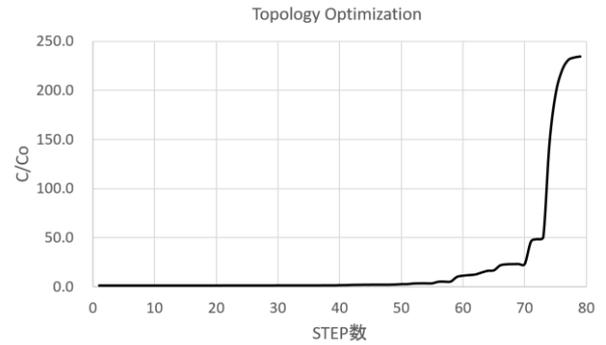


Fig.6 Compliance trend of Topology optimization

Fig.4では、ラチスシェル構造に対して、ESO法による要素除去の過程を示し、全体剛性への寄与が小さい要素が除去されていることがわかる。以上の方法を用いることによって、容易に位相を求めることができることがわかった。

3.2 解析例 2

次に、円筒シェルを対象としたラチスシェルの形態創生例を示す。Fig.7は、Fig.1で示したユニットを円筒状に並べて連結したものと拘束点の位置を示している。Table.2に各部材諸元を示す。なお、トラス材として部材を機能させるために断面二次モーメントを解析の都合上 1cm^4 としている。また、主構造を単層ラチスシェル構造としているので、これを構成する部材同士の接合状態は剛接合とし、それ以外の部材接合関係はピン接合としている。なお、すべての部材において、ヤング係数 E は、 $2.05 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ とし、せん断弾性係数 G は $7.9 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ としている。荷重条件は、拘束点以外の上層面のすべての節点に鉛直力 2.0 kN/m^2 を与え、さらに鉛直力の0.2倍を水平力として長辺方向、短辺方向それぞれに与えている。

Fig.9は、ESO法による位相最適化を行った結果を示す。図中の C/C_0 は、コンプライアンス比を示す。なお、 C_0 は初期コンプライアンスである。また、Fig.10は位相最適化のコンプライアンス比のグラフを示しており、これを一つの指標として位相を決定している。

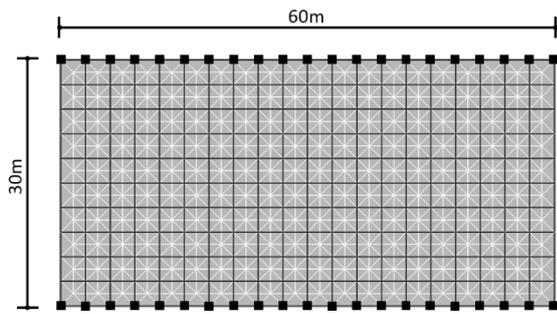


Fig.7 Initial shape (plan view)

Table.2 material property

部材	サイズ [mm]	断面積 A[cm ²]	断面2次モーメント I[mm ⁴]
単層ラチスシェル	φ-165.2×11	53.29	1590
トラス材	φ-101.6×8.5	24.86	---

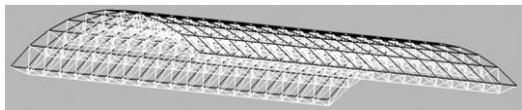
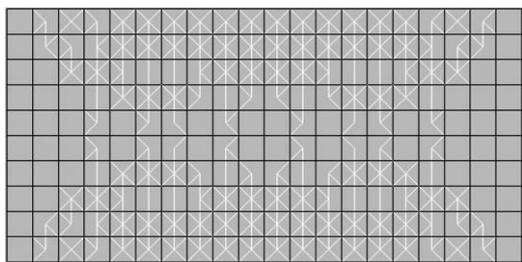
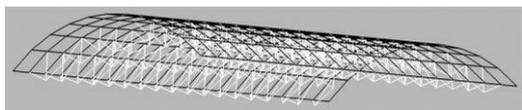


Fig.8 Grand structure



Plan view



Perth

Step156

$$C/C_0 = 1.419$$

Fig.9 Topology optimization

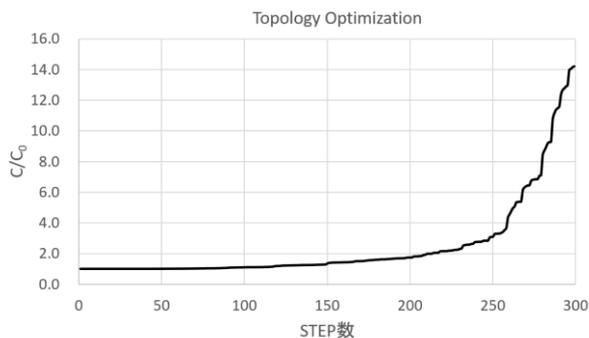


Fig.10 Compliance trend of Topology optimization

Fig. 10 より、円筒ラチスシェルに対して ESO 法による位相最適化を行い、容易に新たなラチスシェルを創生することができることがわかった。

3.3 応用的な例題 その1

ここでは、自由曲面の例題として、以下の例を用いてラチスシェル構造の形態創生について検討する。また、自由曲面ラチスシェルの形態創生では、ESO 法による位相最適化と力法による形状最適化を行っていく。

Fig.11 にグランドストラクチャを示し、Fig.12 に下層面の節点に設けた拘束点の位置を示している。荷重条件は、上層面のすべての節点に鉛直力 2.0kN/m² を与え、さらに鉛直力の 0.2 倍を水平力として長辺方向、短辺方向それぞれに与えている。また、各部材諸元については、Table.3 に示す。

Fig.13 は、力法による形状最適化を行った結果を示す。ただし、解析パラメータ α は 0.01、 β は 0.5 とし、 N_{op} は 1000 としている。ただし、図中の C/C_0 は、コンプライアンス比を示す。なお、 C_0 は初期コンプライアンスである。また、Fig.14 は、Fig.13 の形状を初期位相として、ESO 法による要素除去を行ったものである。Fig.15 は形状最適化、Fig.16 は位相最適化のコンプライアンス比のグラフを示しており、これらを 1 つの指標として形状と位相を決定している。

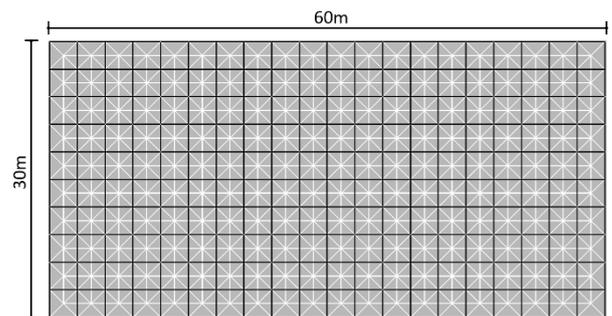


Fig.11 Grand structure

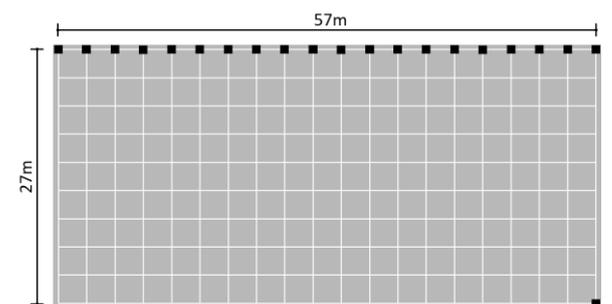
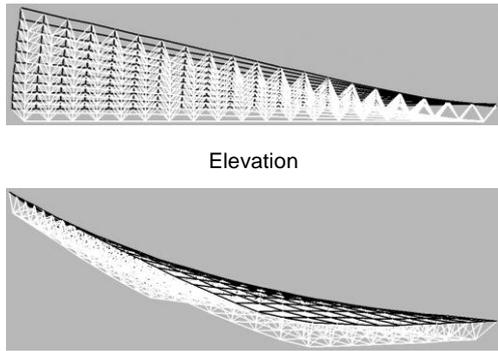


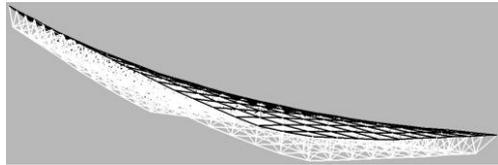
Fig.12 Initial shape (lower layer)

Table.3 material property

部材	サイズ [mm]	断面積 A[cm ²]	断面2次モーメント I[mm ⁴]
単層ラチスシェル	φ-165.2×11	53.29	1590
トラス材	φ-101.6×8.5	24.86	---



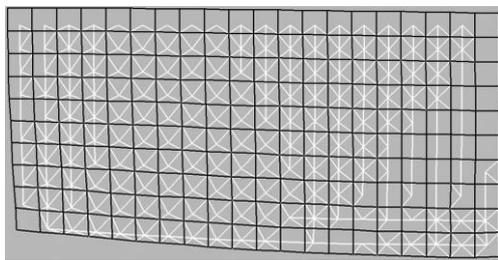
Elevation



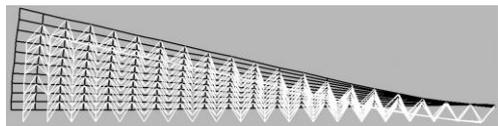
Perth
Step400

$$C/C_0 = 0.062$$

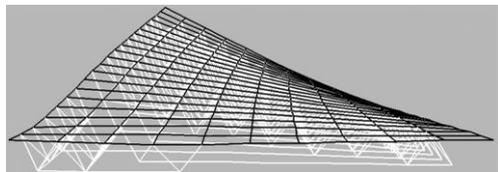
Fig.13 Shape optimization



Plan



Elevation



Perth
Step423

$$C/C_0 = 1.127$$

Fig.14 Topology optimization

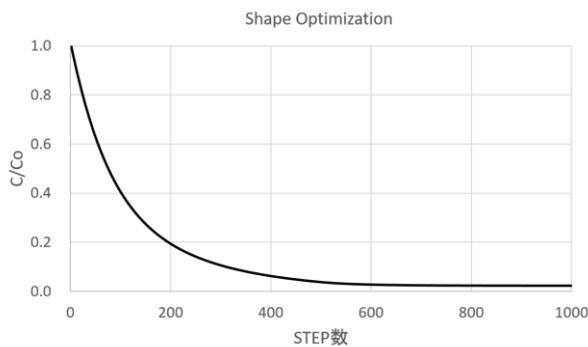


Fig.15 Compliance trend of Shape optimization

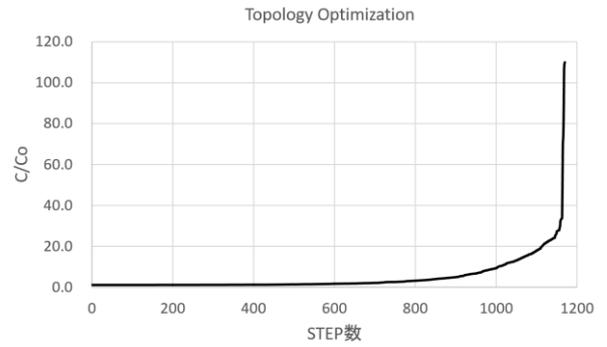


Fig.16 Compliance trend of Topology optimization

Fig.15 より、Step500以降のコンプライアンス比において、形状変更の倍率の絞り込みが行われていることがわかる。また、Fig.14, 16 より全体剛性に寄与していない要素が除去されていることがわかる。これらのことより、容易に新たなラチスシェルを創生することができることが示せた。

3.4 応用的な例題 その2

次に、自由曲面の例題として、以下の例を用いてラチスシェル構造の形態創生について検討する。ここでは、ESO 法による位相最適化と力法による形状最適化を行っていく。

Fig.17 は下層面の節点に設けた拘束点の位置を示している。設計領域、グラウンドストラクチャは Fig.11 に示したものと同様としている。荷重条件は、拘束点以外の上層面のすべての節点に鉛直力 2.0kN/m を与え、さらに鉛直力の 0.2 倍を水平力として長辺方向、短辺方向それぞれに与えている。また、各部材については、Table.4 に示す。Fig.18 は、力法による形状最適化を行った結果を示す。ただし、解析パラメータ α は 0.01、 β は 0.5 とし、 N_{OP} は 1000 としている。ただし、図中の C/C_0 は、コンプライアンス比を示す。なお、 C_0 は初期コンプライアンスである。また、Fig.19 は、Fig.18 の形状を初期位相として、ESO 法による要素除去を行ったものである。Fig.20 は形状最適化、Fig.21 は位相最適化のコンプライアンス比を示しており、これらを 1 つの指標として形状と位相を決定している。

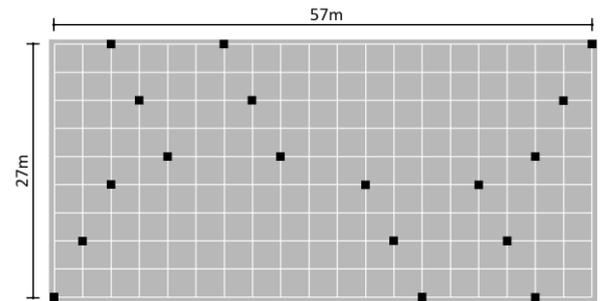
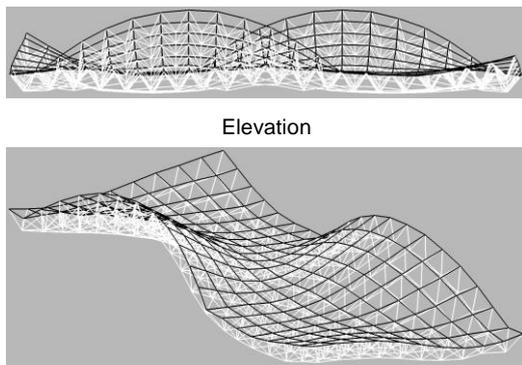


Fig.17 Initial shape (plan view)

Table.4 material property

部材	サイズ [mm]	断面積 A[cm ²]	断面2次モーメント I[mm ⁴]
単層ラチスシェル	φ-165.2 × 11	53.29	1590
トラス材	φ-101.6 × 8.5	24.86	---

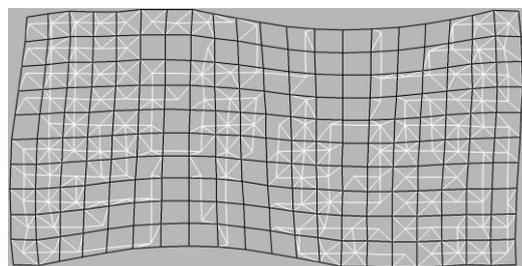


Elevation

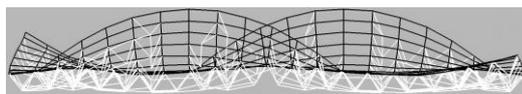
Perth
Step300

$$C/C_0 = 0.309$$

Fig.18 Shape optimization



Plan view



Elevation

Perth
Step559

$$C/C_0 = 1.2$$

Fig.19 Topology optimization

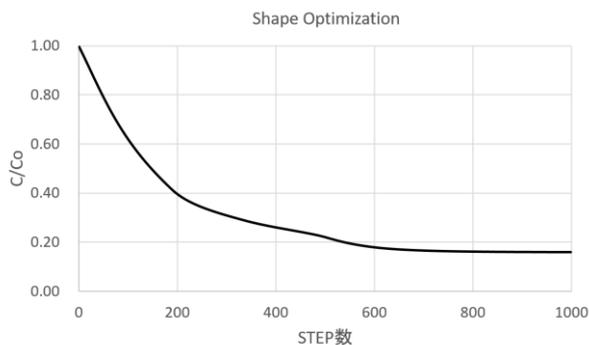


Fig.20 Compliance trend of Shape optimization

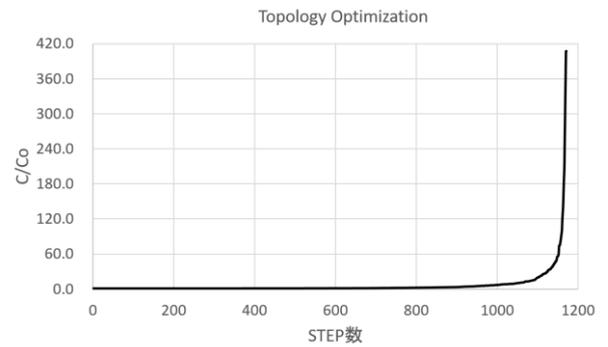


Fig.21 Compliance trend of Topology optimization

Fig.20, 21 より、ラチスシェル構造に対して、形状最適化により求めた全体剛性を低下させることなく、容易に新たなラチスシェルを創生することができることがわかった。

4. まとめ

本論文では、部分的複層ラチスシェル構造の形態創生に対して、ESO 法による位相最適化と力法による形状最適化の2つの最適化手法を用いて、新たなラチスシェル構造の形態創生手法として提案し、その有効性を検討した。その結果、以下のことが得られた。

- (1). 力法による形状最適化を行い、全体剛性のコンプライアンス比の推移により形状を決定した。その結果、容易に形状を決定することができ、全体剛性も向上させることができた。
- (2). 形状最適化により得られた形状に対して ESO 法による位相最適化を行った。全体剛性に対するコンプライアンス比の推移を参考にし、位相を決定した。その結果、不要な要素を取り除くことにより、本論文の目的である単層ラチスシェルを基本構造とし、これを構造上部分的に補うトラス材を有する部分的複層ラチスシェルを創生することができた。

以上の2つの方法を用いることで部分的複層ラチスシェル構造を容易に創生できることを示した。また、今後の課題として、2つの最適化手法によって求めた解の全体座屈荷重を求め、単層ラチスシェルと比較を行い、その有効性を検討する。

参考文献

- 1) 日本建築学会：ラチスシェル屋根構造設計指針，丸善，2016.11
- 2) Pei-Shan CHEN: A Report on the Innovation of 1.5-Layer Space Frames, Proceeding of IABES IASS 2011, London, 2011.9
- 3) 陳 沛山：1.5 層スペースフレームの幾何学的機構デザインの多様性についての基礎的研究，構造工学論文集 B, Vol.60B, pp.153-158, 2014.3
- 4) 藤井大地，垣田 仁，力法による骨組構造の形状最適化，日本建築学会構造系論文集, Vol.77, No.682, pp.1881-1886, 2012.12
- 5) 高坂憲治，松本慎也，藤井大地：ESO 法とグランドストラクチャ法を用いた骨組構造物の位相最適化，日本建築学会構造系論文集, Vol.81, pp.547-553, 2016.3
- 6) Y. M. Xie, G. P. Steven : Evolutionary Structural Optimization, Springer, 1997