

2. 変位ベクトル法を用いた形状最適化に関する基礎的研究

02168073
指導教官

能井 宏弥
藤井 大地

変位ベクトル法 力法 シェル構造
形状最適化 有限要素法

1. はじめに

有限要素法を用いた形状最適化問題では、境界上の節点座標を設計変数に選び、これを変動させることによって最適な形状を求める方法、外形形状を多項式や、基本変形モードの線形和で表現する方法などがあるが、これらの方法には最適化の各段階で、内部のメッシュのゆがみが大きくなるように再メッシュする等の工夫が必要である。このような方法に対し、畔上ら^{1),2),3)}は、境界形状の節点のみならず、領域全体の節点を移動させて最適な形状を求める方法、(力法)を提案した。この方法では、境界条件の波打ち現象は生じないことが証明されており、また弾性変形にしたがって形状変更をしていくため、メッシュのゆがみが生じにくいというメリットがある。しかしながら、力法の理論は難解であり、建築分野ではほとんど用いられていないのが現状である。

そこで、本研究では、力法の基本原理に立ち返り、単純なアルゴリズムにもとづく新たな形状最適化手法を提案する。

以下、本論文第2章では、本研究で提案する形状最適化手法の計算アルゴリズムを示す。第3章では、解析法の概要について示す。第4章では、基本的な解析例により、提案手法の有効性を検証する。第5章では、以上のまとめを述べる。

2. 形状最適化手法の計算アルゴリズム

本研究では、シェル構造の形状最適化アルゴリズムとして、力法の概念に基づく方法(簡易力法)とこれをさらに簡略化した方法(変位ベクトル法)を提案する。

図1は、これらの方法の計算アルゴリズムをアーチ構造の形状最適化例で示したものである。図1の左側は、力法ベースのアルゴリズム(簡易力法)を示している。この方法では、まず、梁の変位を求め、変位の大きさに比例した荷重を逆向きに掛けて、その変位に倍率を掛けたものを節点座標に加えることで形状を変更していく。一方、右側の変位ベクトル法は、簡易力法の変位に比例した荷重を加える過程を省略し、得られた変位に倍率を掛けたものを直接座標に加えることで形状を変更していく方法である。以上の計算を繰り返し、骨組の剛性が最も高くなる場所で計算を終了する。

3. 解析法の概要

以上に示したアルゴリズムの有効性を確かめるために、梁理論にもとづく有限要素法に本方法を適用する(図2参照)。骨組の剛性は次式のコンプライアンスで評価する。

$$C = \mathbf{f}^T \mathbf{d} = \mathbf{d}^T \mathbf{k} \mathbf{d} \quad (1)$$

ここに、 \mathbf{f} は荷重ベクトル、 \mathbf{k} は全体剛性マトリクス、 \mathbf{d} は節点変位ベクトルを表す。

図1のようなアルゴリズムで座標変更を繰り返すと、コン

と増加に転じる。本開発プログラムでは、この増加に転じる前で計算を終了し、最適解を得る。

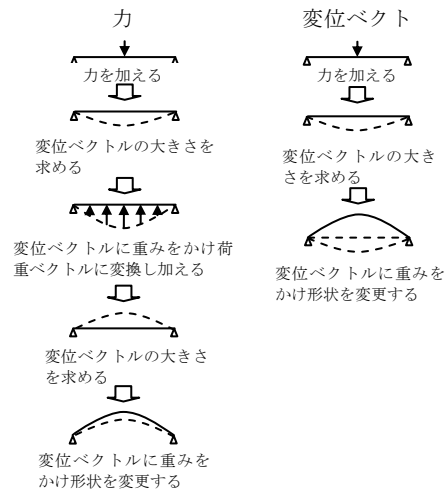


図1 力法と変位ベクトル法の比較

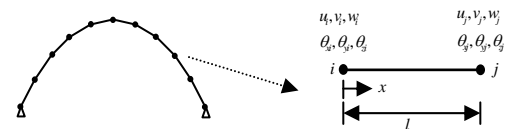


図2 骨組構造の有限要素法分割と梁要素

4. 解析例

4.1 解析法の妥当性の検討

まず、変位ベクトル法の妥当性を検討するため、図3に示す両端ピン支持の梁に分布荷重が作用する問題の解(最適形状)を求める。

図4は、変位ベクトル法の解と簡易力法の解(最適形状)および曲げモーメントの生じない形状であるカテナリー曲線を比較したものである。図4より、3者の形状はほぼ一致し、これから変位ベクトル法でも、十分精度の高い最適形状が得られることがわかる。

また、図5(a)は、変位ベクトル法のコンプライアンス比(初期形状のコンプライアンスで割った値)の変化を示したものである。図5(b)には、図5(a)のプロット点における形状を示している(最終点は最適形状)。

図6は、初期形状と変位ベクトル法の最適形状の曲げモーメントの比較を示している。図より最適形状でのモーメントが非常に小さいことがわかる。

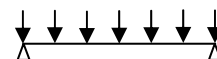


図3 形状の比較

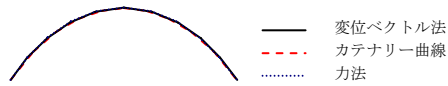
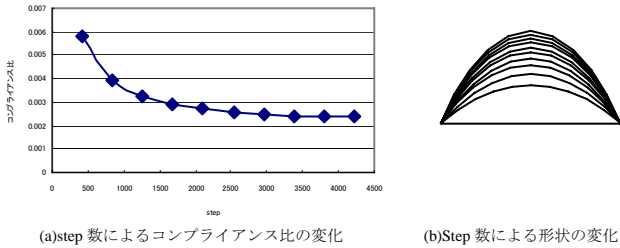


図4 形状の比較



(a)step 数によるコンプライアンス比の変化 (b)Step 数による形状の変化

図5 step 数によるコンプライアンスの変化

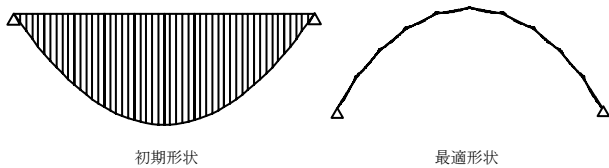


図6 曲げモーメントの比較

4.3 最適形状の比較

図 7(a)~(d)は、境界条件、荷重条件の違いによる最適形状の変化について比較したものである。図 7(a)より集中荷重の場合はトラス形状になり、図 7(d)より片持梁では、棒形状に近い形が得られることがわかる。また、下図の曲げモーメント比（初期形状の曲げモーメントで割った値）より、最適解の曲げモーメントが初期形状に比較して非常に小さくなっていることがわかる。

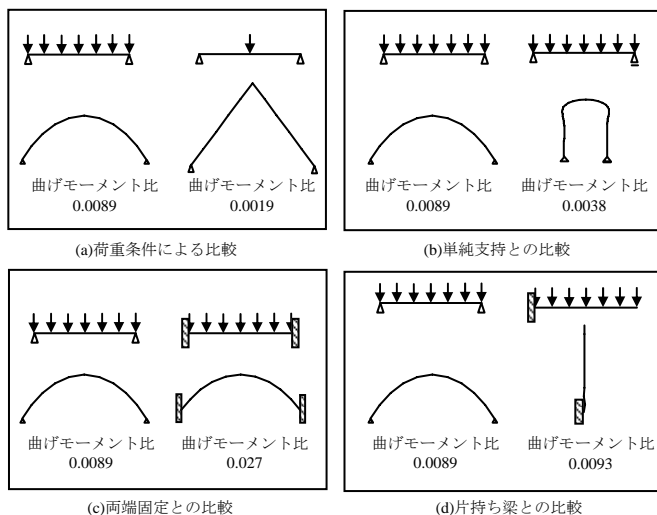


図7 最適形状の比較

4.4 初期値依存性に対する検討

図 8(a), (b)は、4.1 節の例題で、初期形状に不整を与えて同じ最適形状に収束するかを調査したものである。図に示されるように、初期形状の梁両端の部材角が最適形状の支持部

の角度以下であれば、最適形状に収束することがわかる。

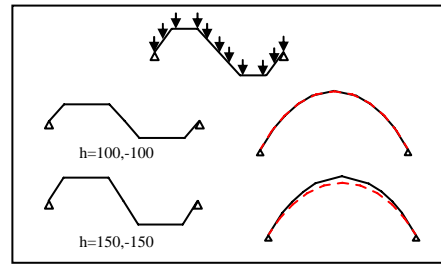


図8 1次モード形状の初期値依存性に関する比較

4.5 3次元骨組への適用

図 10 は、格子梁に鉛直等分布荷重を加えた場合の最適シェル形状を求めたものである。また、図 9 は、この時のコンプライアンス比の変化を示している。図より、本提案手法は、3次元スペースフレームにも適用可能であることがわかる。

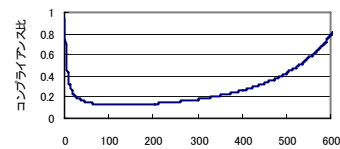


図9 step 数によるコンプライアンス比の変化

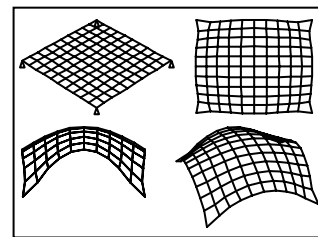


図10 3次元格子梁の最適形状

5. まとめ

本論文では、既往の形状最適化手法を整理し、最も使いやすいと考えられる手法の基本原理解から、簡易形状最適化手法（変位ベクトル法）を考案した。

本方法は、非常に簡単なアルゴリズムで、シェル構造等の最適形状を求めることができる。基本例題により、本方法と簡易手法を比較すると、ほぼ同じ形状が得られた。また、本方法で得られる形状は、曲げモーメントを最小化する形状になっていることも確かめられた。

しかしながら、現時点では、理論的な裏付けが不十分であるため、今後、理論の構築と他の形状最適化手法による解との比較などにより、さらに有効性を確かめていく予定である。

参考文献

- 1) 畔上秀幸、領域最適化問題の一解法、日本機械学会論文集、A編、60巻、(1994)、pp.1479-1486
- 2) 下田昌利、呉志强、畔上秀幸、桜井俊明、汎用 FEM コードを利用した領域最適化問題の数値解析法（力法によるアプローチ）、日本機械学会論文集、A編、60巻、(1994)、pp.2418-2425
- 3) 畔上秀幸、線形弾性問題における領域最適化解析（力法によるアプローチ）、日本機械学会、A編、60巻、(1994)、pp.2312-2318