



静定力学講義(3)

力について(2) 示力図と連力図

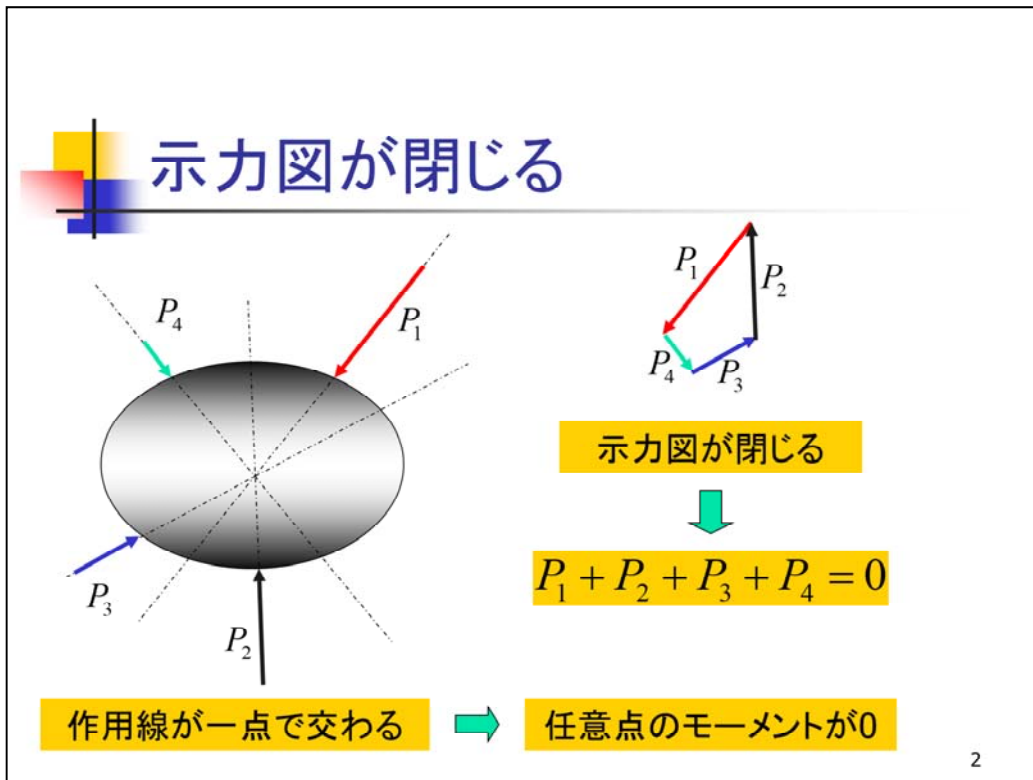
1

前回の講義では、力のつり合いについて、数式を用いて釣合力を求める方法を説明しました。

そこで、今回は、作図によって釣合力や合力を求める方法を説明します。
ただし、前回の最後のところにも触れましたが、釣合力と合力は大きさは同じで方向が逆なので注意してくださいね。

まず、今回は、示力図と連力図という二つの作図解法が出てきますが、示力図は、前回の数式解法では、 x, y 方向の釣り合い式に相当し、連力図は、モーメントの釣り合い式に相当します。

これを頭において、以下の説明を見てください。



前回講義の知識を踏まえた上で、あらためて複数の力の釣り合う条件を考えると、まず、すべての力の足し算が0という条件は、すべての力を矢印の向きが一方向となるようにつなぎ合わせて、始点と終点が一一致すれば成り立ちます。

このように、力のベクトルの始点と終点をつなぎ合わせた図を示力図と呼びます。したがって、示力図が閉じるというのが力のつりあいの一つの条件となります。

しかし、すべての力を足したものが0でもモーメントが生じる可能性があります。したがって、力がつりあう条件には、もう一つ任意の点のモーメントが0になる必要があります。

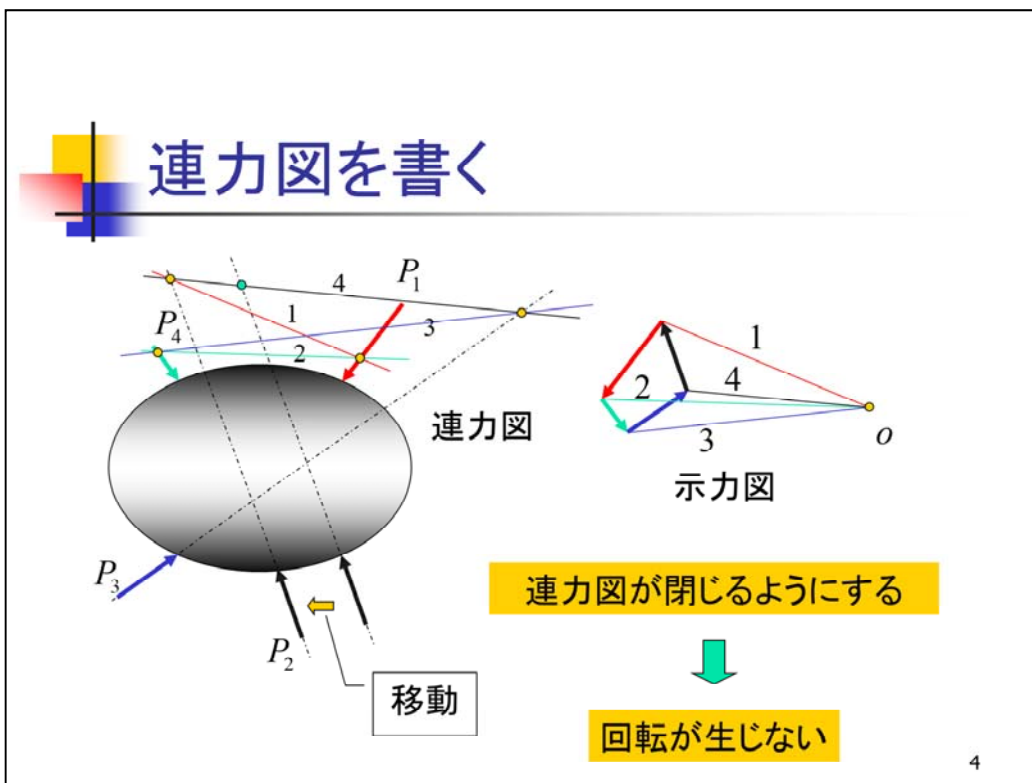
モーメントは、どこの点で計算しても同じ値になりますから、どこかの点でモーメントが0になれば、任意の点でモーメントは0になります。

例えば、図に示すように、すべての力が1点で交われば、その交点でモーメントは0になります。(交点から力の作用線に垂線を下ろすと、すべてのモーメントの腕の長さが0になるため。)

示力図は閉じてても回転が生じる

作用線は一点で交わらない → 一般に回転が生じる 3

示力図は閉じるけれども、モーメントが0にならないければ回転が生じます。
 そうすると、力が釣り合うためには、モーメントが生じないという条件が必要となります。



モーメントが生じないような力の配置を求める方法として、連力図を描く方法があります。

この連力図が閉じれば、モーメントは生じません。

連力図を描くためには、まず示力図を描きます。

次に適当な位置に、極点Oを設けます。

次にO点から示力図のすべての力の始点と終点を結ぶ線を引きます。この線を連力線と呼びます。

その結んだ線(連力線)に番号を付けておきます。

次に、示力図の一つの力と、その始点とO点、終点とO点を結ぶ線が、左側の図上で1点に交わる線を、示力図のつながっている力の順に描きます。

この図の場合、まず、 P_1 の作用線と2と1の連力線が1点に交わる線を引きます。

次に、 P_4 の作用線と2と3が交わる線を描きます。

次に、 P_3 の作用線と3と4が交わる線を描きます。

最後に、 P_2 の作用線と4と1が交わる線が描ければ、連力図が閉じることになります。

この場合は、連力図は閉じませんから、 P_2 を図のように移動すれば、連力図が閉じて、モーメントが生じない力の配置を求めることができます。

偶力が生じる場合

示力図は閉じている

偶力により回転が生じる

連力図が閉じるようにする

5

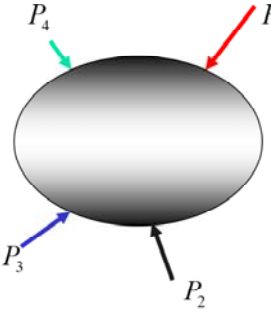
平行な力の釣り合い条件も同様に考えることができます。

まず、示力図を描いて、それが閉じていることが一つの条件となります。

ただし、この場合、線が重なってわかりにくいので、少し離して描くようにします。

そして、偶力のモーメントが生じない条件は、連力図が閉じるという条件から求めることができます。

力が釣りあうとは？



$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 0$ → 示力図が閉じる

任意点のモーメントが0 → 連力図が閉じる

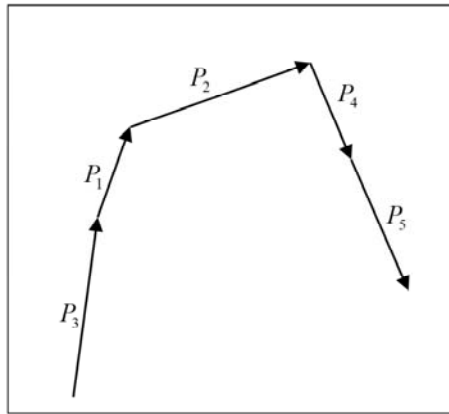
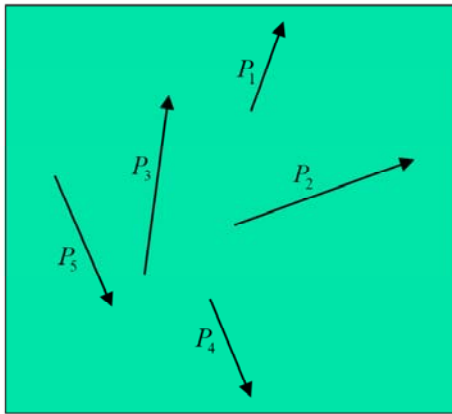
6

以上をまとめると、力が釣り合うという条件は、力の総和が0という条件と、任意点のモーメントが0となる条件から成り立ち、これを力のベクトルの作図で実現しようとするならば、示力図が閉じるという条件と連力図が閉じるという条件を用いればよいことがわかりました。



補足1—示力図の描き方

とにかく平行移動して並べる



7

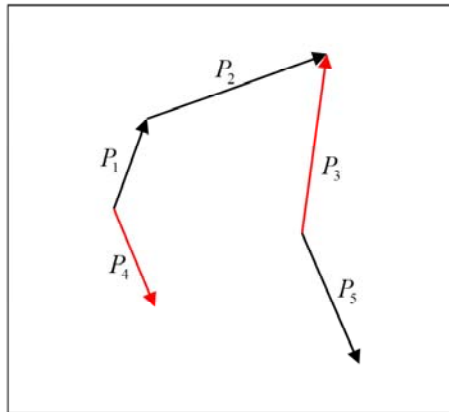
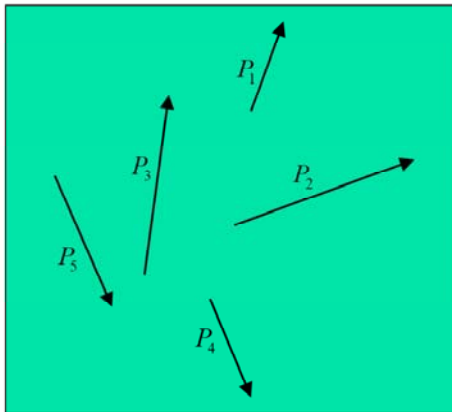
たぶん、以上の説明では、理解できなかったと思いますので、もう少し丁寧に説明していきます。

まず、示力図は、とにかく力を平行移動して並べればよいわけです。



示力図の描き方(悪い例)

矢印の方向が逆になってはいけない

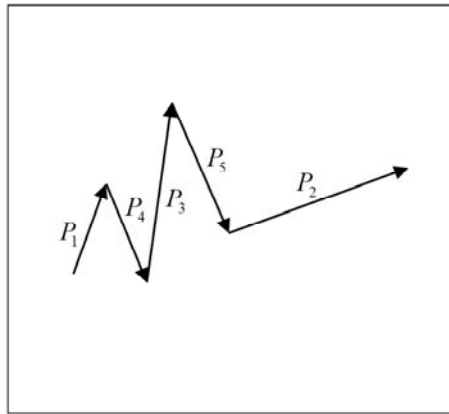
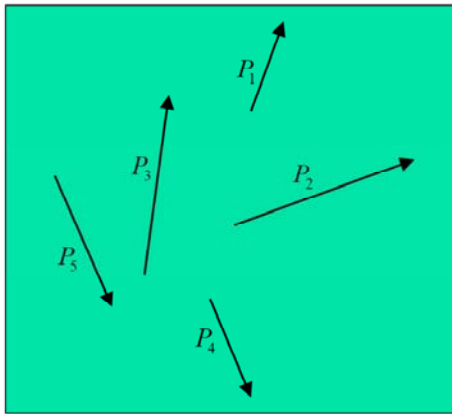


8

ただし、力の始点と始点がぶつかったり、終点と終点があついたりするといけません。

示力図の描き方

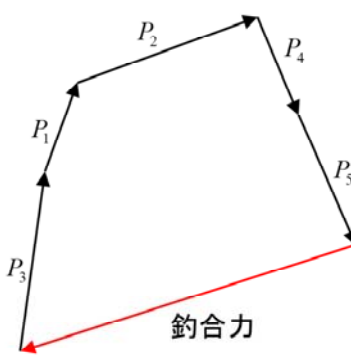
矢印の方向さえ統一されて
いれば順番は関係ない



9

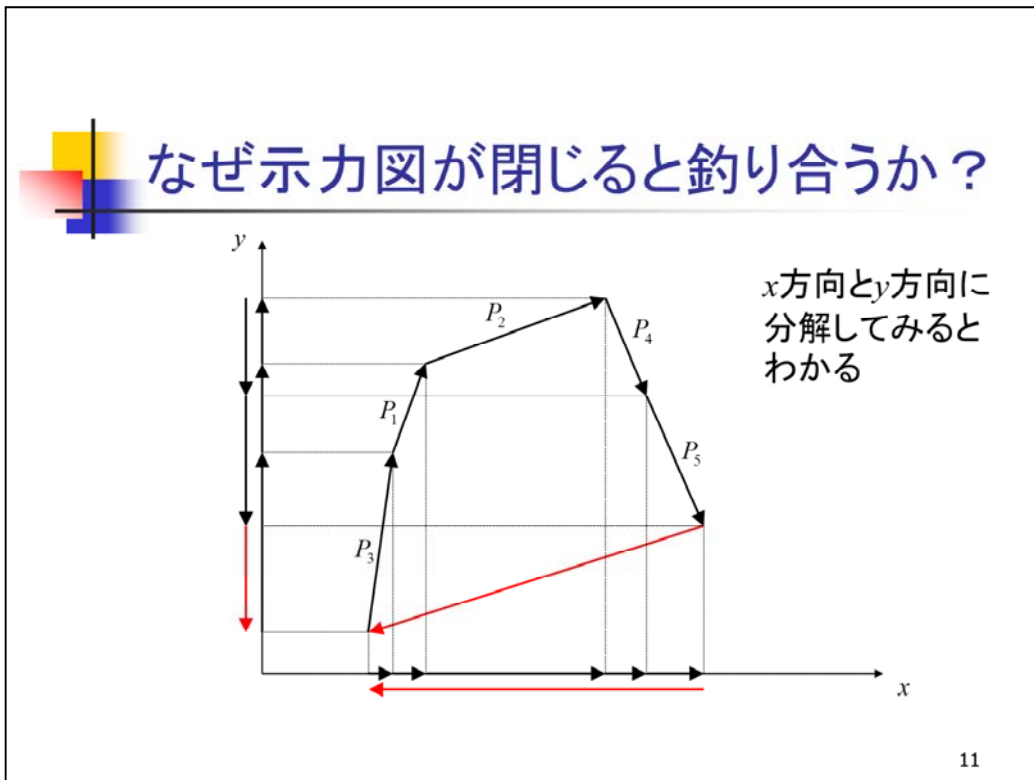
とにかく、始点と終点がつながっていけば、どういう形でも構いません。

示力図が閉じると力が釣合う

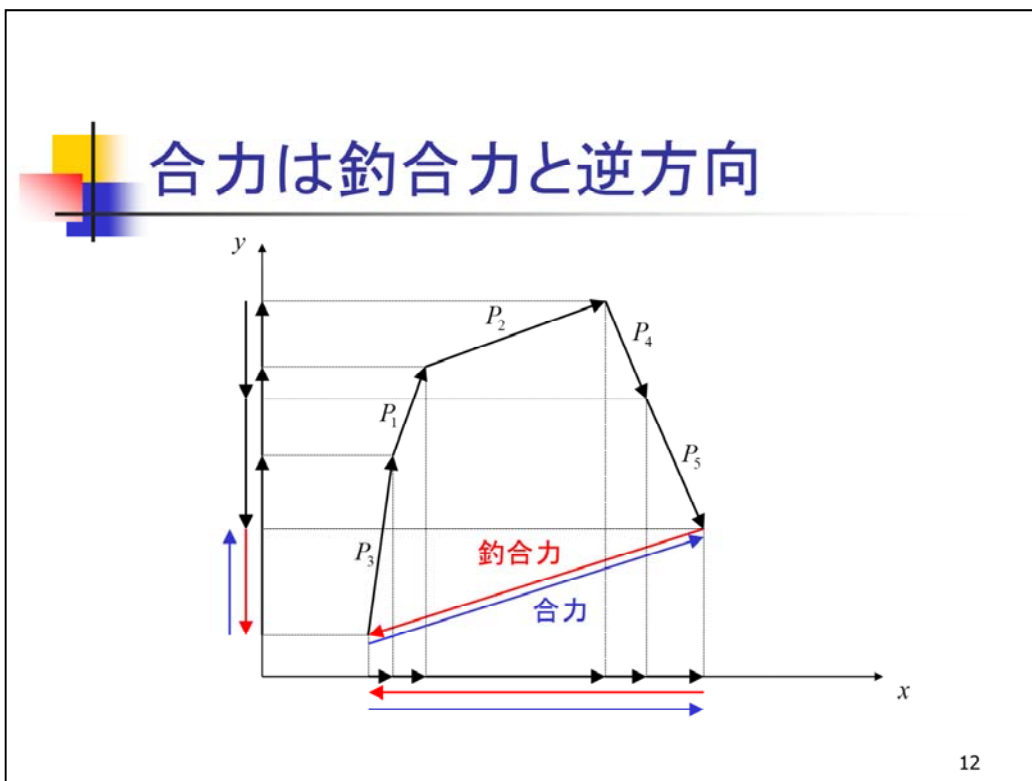


10

示力図が閉じると力が釣り合うわけですから、示力図を閉じさせる力を**釣合力**と呼びます。



なぜ、示力図が閉じると釣り合いが成り立つかは、すべての力をx軸とy軸方向の力に分解してみるとわかります。

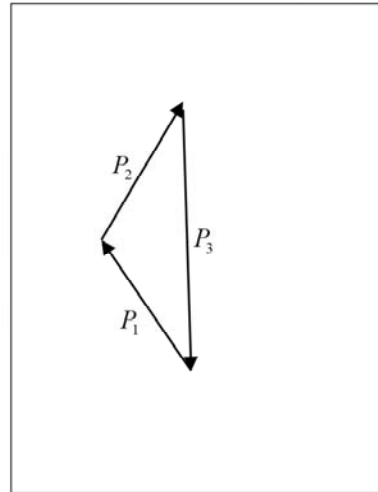
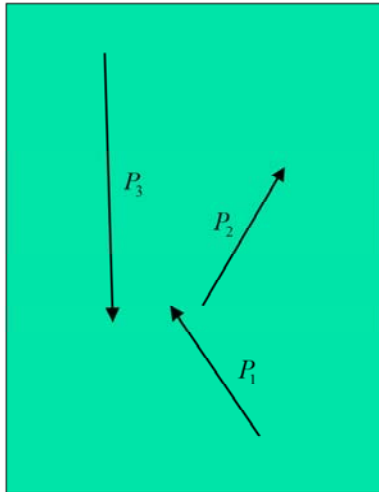


合力という場合は、他の力を加えたものですから、釣合力とは方向が逆になります。

すなわち、釣合力と合力を加えれば0になります。

補足2一連力図の書き方


①まず示力図を描く

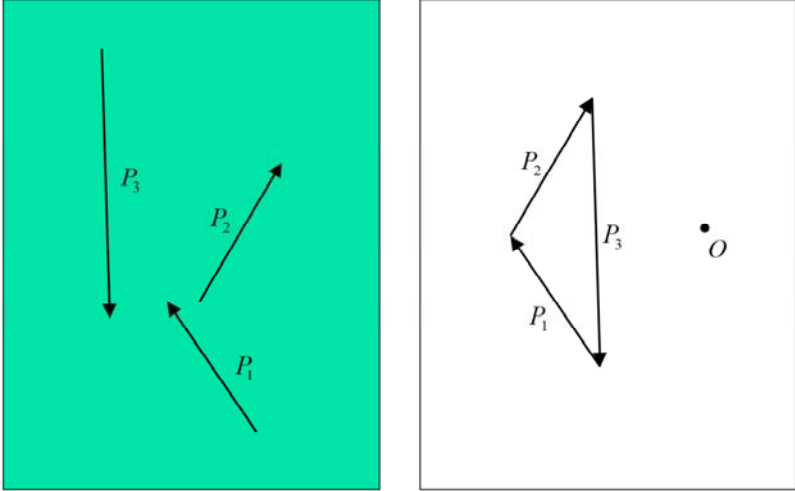


13

次に連力図の描き方を説明します。


連力図を描くには、まず、示力図を描きます。

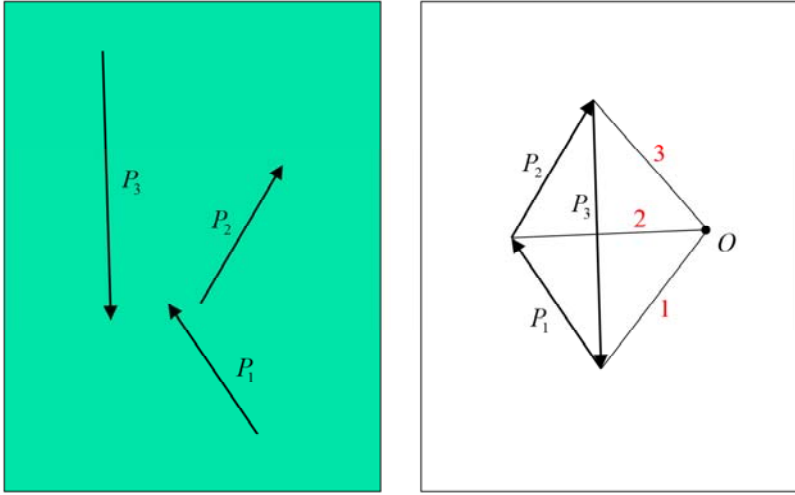
 ②任意の点Oを設定する



14

次に、適当な点に極点Oを設定します。

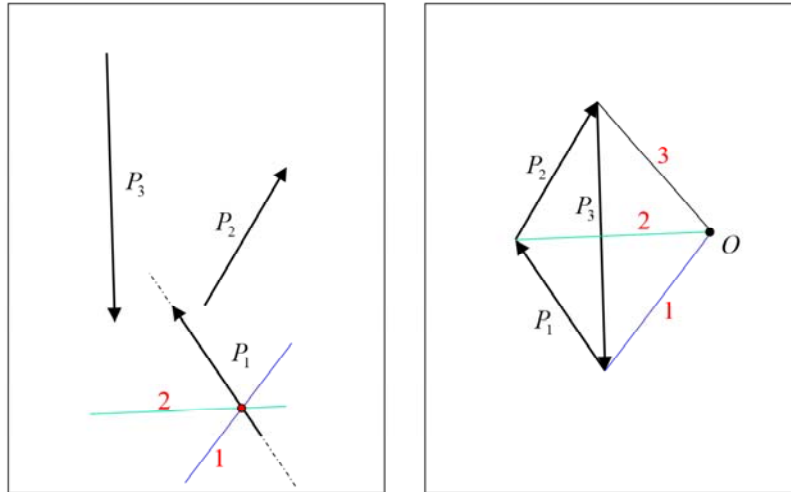
 ③連力線を描き, 番号を付ける



15

次に, 極点Oから, 示力図の力の交点に連力線を引きます。
そして, すべての連力線に番号を付けます。

④ P_1 の作用線上に設定した点を通る連力線1と2に平行な線を引く



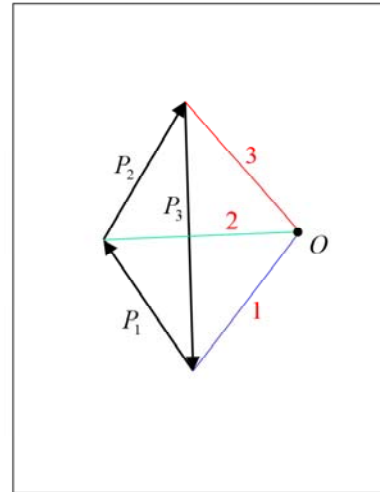
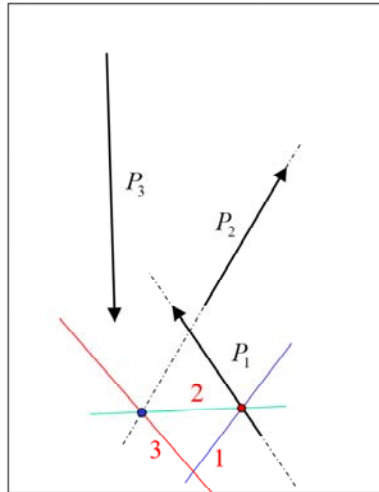
16

次に、 P_1 の作用線上の適当な位置に点を設定します。この点はどこでも構いません。

そして、その点上に、 P_1 と三角形をなす連力線1と2と平行な線を描きます。

この作業は、 P_2 または P_3 から始めても構いません。

⑤ 連力線2と P_2 の作用線との交点に
連力線3に平行な線を引く

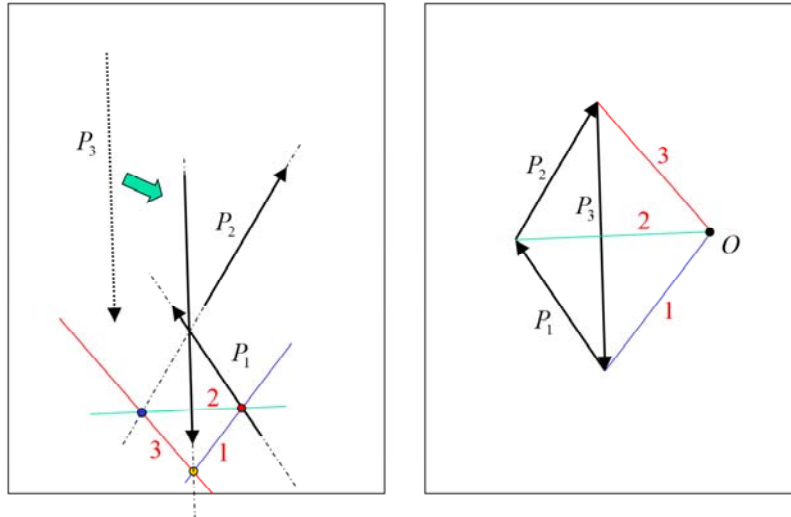


17

次に、 P_2 の作用線上に、 P_2 と三角形をなす連力線2,3が1点で交わるように線を描きます。

具体的には、すでに描かれている連力線2と P_2 の作用線との交点に、連力線3に平行な線を描きます。

⑥ 連力線3と連力線1の交点が P_3 の作用線が通る点となる



18

最後に、 P_3 の作用線上に、 P_3 と三角形をなす連力線3と1が交われば、連力線が閉じることになる。

具体的には、すでに描かれている連力線3と1の交点を通る作用線上に P_3 を移動すればよい。

補足3—連力図の原理

3つの力により回転が生じない

↓

作用線が1点で交わる

19

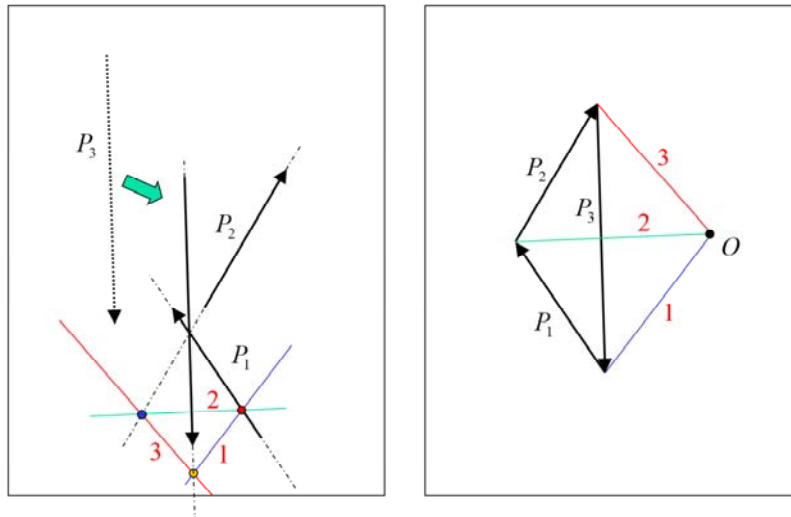
なぜ、連力図が閉じると、モーメントが生じないのか？

連力図の秘密について、少し補足しておきます。

まず、 P_1 について考えると、連力線1と2は、 P_1 の分力と考えることができます。

連力図では、 P_1 と連力線1, 2が1点で交わるので、これらの力によるモーメントは0になります。

閉じた連力図では、連力線1,2と P_1 、連力線2,3と P_2 、連力線1,3と P_3 がそれぞれ1点で交わっているので、それぞれの力の三角形のモーメントは0となる

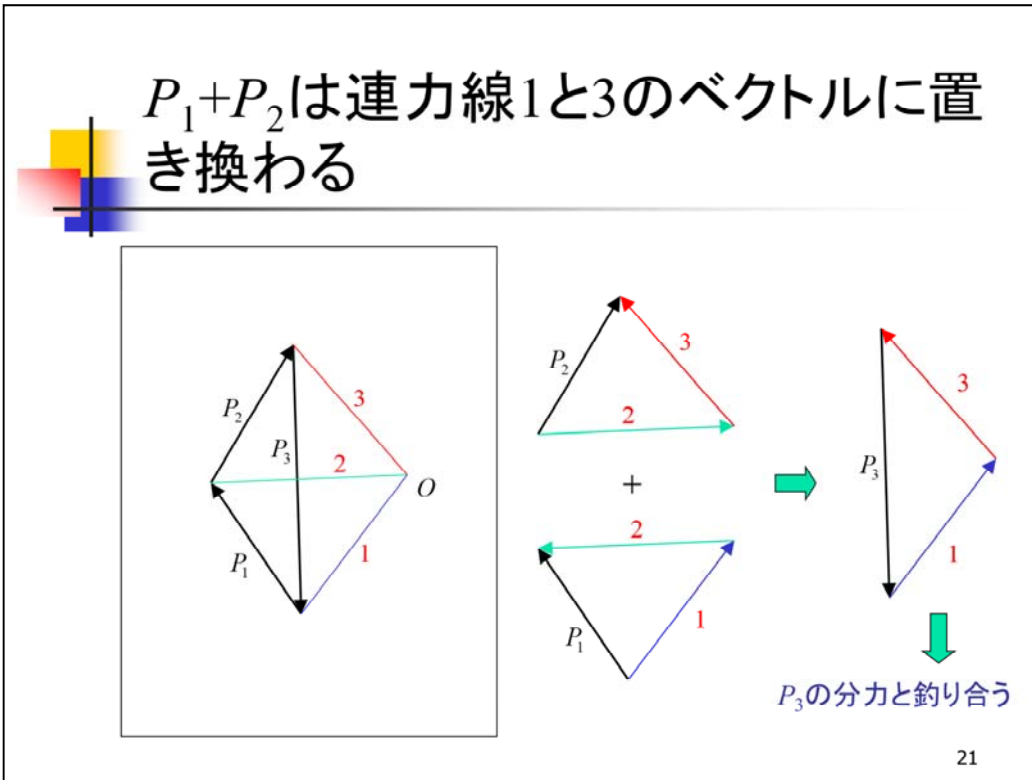


20

同様に、連力線2,3と P_2 、連力線1,3と P_3 は、1点で交わるので、これらの力の総和によるモーメントは0になります。

すなわち、連力線を含めた力のベクトルの総和はモーメントを生じないので、後は、連力線同士が釣り合っていれば、これは消えてなくなりますから、 P_1 , P_2 , P_3 の力の釣り合いが成り立つこととなります。

$P_1 + P_2$ は連力線1と3のベクトルに置き換わる



連力線の分力の総和が0になることを照明すると、まず、 P_1 の分力と P_2 の分力を足し合わせると、連力線2は+で消えるため、1と3の連力線が残ります。

この1と3の分力は、 P_3 の力の分力と釣り合うため、結局すべての分力は釣り合って消えます。

したがって、 P_1 , P_2 , P_3 の力によるモーメントは、分力がなくなっても0になるわけです。



まとめ

- 示力図は, すべての力を x, y 方向の分力に分解したときに, x, y 方向の力の総和が0であることに相当している.
- 連力図は, すべての力のモーメントが0になる釣合力の方向と作用線を求める方法である.
- 釣合力と合力の方向は逆になるので, 合力を求めよという場合は, 矢印の向きを逆にするのを忘れないようにする.

22

以上で、第2回の演習問題は解けるとお思いますのでやってみてください。
また、以上の講義の内容は、教科書『はじめて学ぶ建築構造力学』に詳しく書いてあるので、よくわからなかった人は教科書をよく読んでください。