



静定力学講義(4)

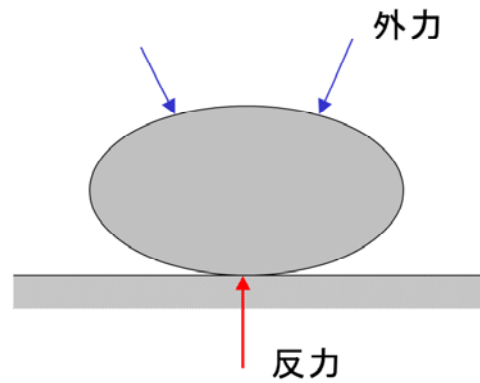
反力の計算

1

本日から, 反力の計算について学びます。



反力とは？



2

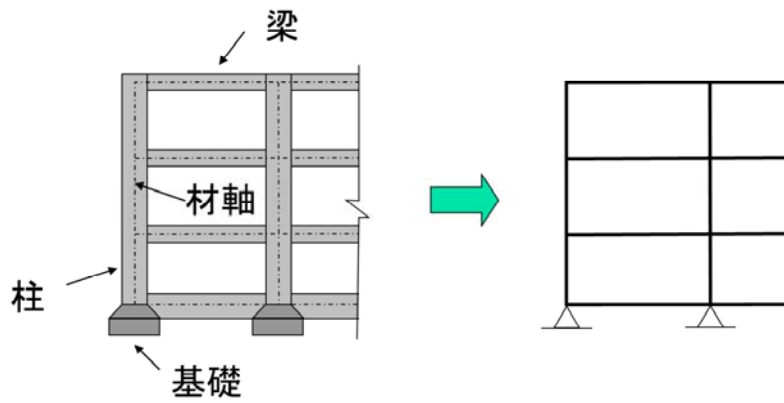
まず、反力という言葉の意味ですが、一般に建築物は、地盤によって支えられています。

建物に力が加えられた場合、地盤によってその力は受け止められます。

すなわち、建物に加わる力と反対の力が地盤から建物に働いているわけです。

この力を反力と呼びます。一般に反力は、建物の変位(動き)が固定されている点に生じる力です。

ラーメン構造物のモデル化



鉄筋コンクリート構造のモデル化

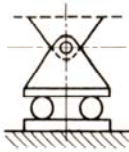
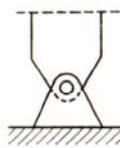
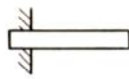
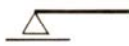


3

建物の構造設計を行う場合、建物の柱や梁を骨組にモデル化するという話をしました。

その建物は、基礎によって地盤に力が伝えられ、支えられています。その支えられている形もモデルによって表す必要があります。

例えば、図に示すような鉄筋コンクリートの建物では、基礎の部分を三角形で表します。

支点のモデル化

	① 移動支点	② 回転支点	③ 固定支点
支点構造			
記号			

4

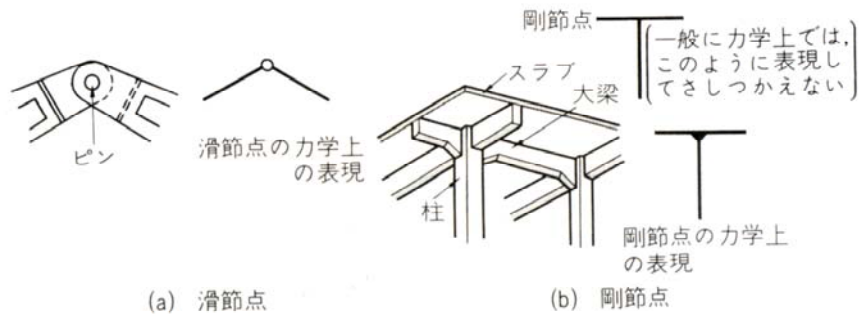
このように建物を支える点を支点と呼びますが、支点の種類には、図のような3種類があります。

移動支点(ローラー支点)は、垂直方向の動きは固定されていますが、水平方向と回転に関しては自由に動きます。

回転支点(ピン支点)は、垂直と水平方向の動きは固定されていますが、自由に回転します。

固定支点は、垂直、水平、回転の動きがすべて固定されています。

接合部のモデル化



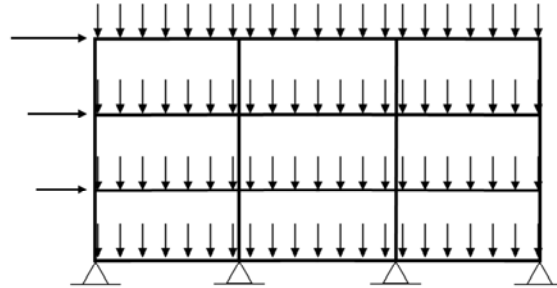
5

柱と梁などの接合部も、回転が許される接合部では、(a)に示すようなピン接合の記号が用いられます。

回転が拘束されている接合部は、ピンを描かない形式で表されます。



安全な建物を設計するためには？



各部材(柱, 梁)の応力が許容される応力以下になるように設計する

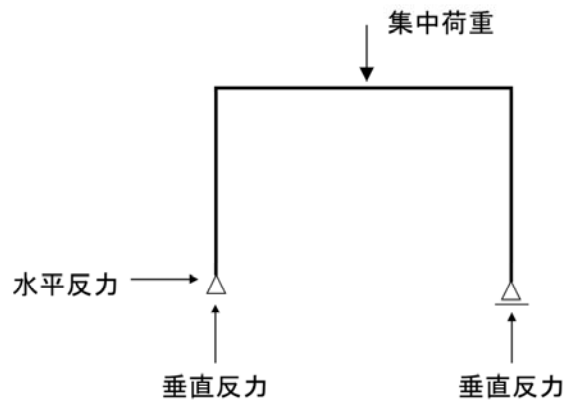
6

安全な建物を設計するためには, このようにモデル化された骨組構造物の柱, 梁内部に働く力(応力)を計算し, それが許容される値(安全値)以下になるようにする必要があります。

したがって, これからこの応力を求める方法, 求められた応力から設計を行う方法を, 静定力学, 材料力学で学んでいくわけです。



応力を求めるために、まず反力を求める



静定骨組では、反力は力のつりあいから求められる。

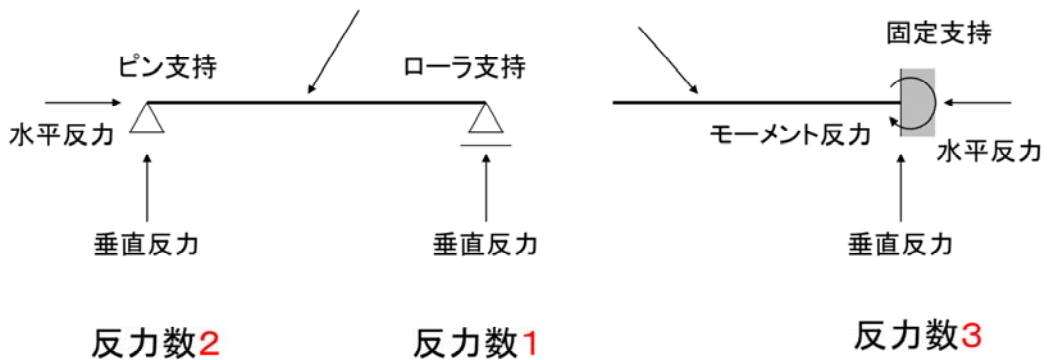
7

応力(柱や梁の内部の力)を求めるためには、まず、反力というものを計算する必要があります。

1年生で行う静定骨組では、反力は、力のつりあいから求めることができます。

言い換えれば、力のつりあいから応力が求められる問題を静定問題と呼びます。

反力の数は支点の支持法(ピン・ローラー・固定)によって決まる



8

反力の数は、支持点の記号によって決まります。

ピン支持では、垂直方向と水平方向の動きが固定されていますから、垂直反力と水平反力が働きます。

ローラー支持は、垂直方向の動きのみが固定されていますから、垂直反力のみが働きます。

固定支持は、垂直・水平・回転のすべての動きが固定されていますから、垂直反力、水平反力、モーメント反力が働きます。

このように反力は、その方向の動き(変位)が固定されている場合に生じる力です。



数式解法では3つの式を用いる

- x 方向の釣合
- y 方向の釣合
- ある1点のモーメントの釣合

あるいは,

- x または y 方向の釣合
- ある2点のモーメントの釣合

9

反力の計算法として、この授業では、数式解法を用います。

数式解法では、 x, y の座標系を設定し、モーメント以外のすべての力を x 方向の力と y 方向の力に分解します。

そして、 x 方向の力をすべて加え合わせて0になる方程式と、 y 方向の力をすべて加え合わせて0になる方程式を立てます。

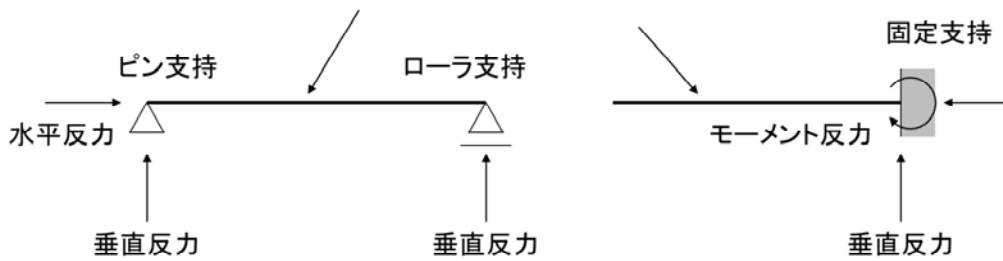
次に、任意の適当な点で、すべての力によるモーメントを計算し、そのモーメントが0になる式を立てます。

以上の3つの式から、反力を計算します。

また、2点のモーメントのつりあい式と x または y 方向のつりあい式から求める場合もあります。

いずれにしても、つりあい式の数は、最大3です。

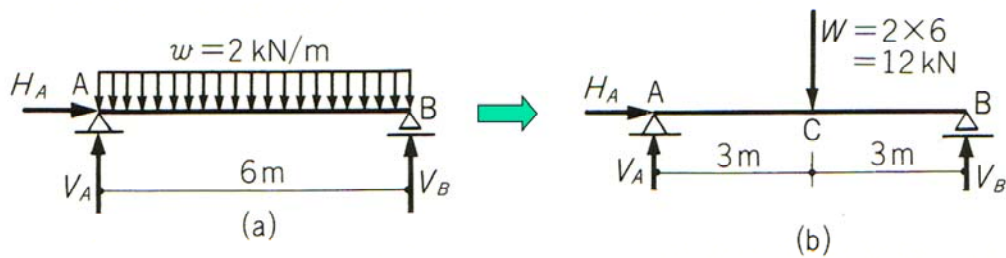
式数が3なので、未知数も3



10

つりあい式は、最大3なので、一般に反力も3以上のものは解けません。
したがって、静定問題の支持形式は限られていて、ピンとローラー支持の組み合わせと、固定支持の2種に大別されます。
前者を単純支持はり、後者を片持はりと呼びます。

分布荷重



分布荷重は集中荷重に直して考える

11

骨組に加わる荷重としては、先週説明した力のベクトルで表す1点に作用する荷重と、長さ方向に分布する荷重とがあります。

前者を集中荷重、後者を分布荷重と呼びます。

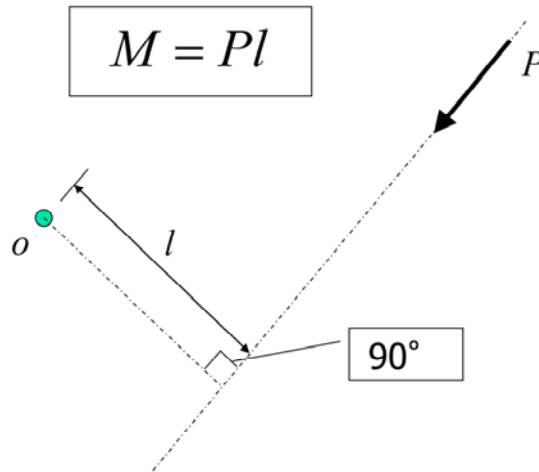
分布荷重は、mあたり何kNという表示がなされます。図の例では、1mあたり2kNの力が働いていることを表します。

このような分布荷重は、集中荷重に置き換えて、つりあい式を立てます。

この問題では、2kN/mの力が6mのほりにかかっていますから、全体で12kNの力が加わることになります。この力を右の図のように分布荷重の中心に加えます。



集中荷重によるモーメントの計算



12

集中荷重のモーメントは、力のベクトルの作用線上に、回転中心Oから垂線を下ろして、その長さを腕の長さとして計算します。



モーメント外力の扱い

M
C

距離を掛けるわけにもゆかなし



この点のモーメント

13

ある点に回転力(モーメント)が与えられた場合、この力の扱いに最初戸惑います。

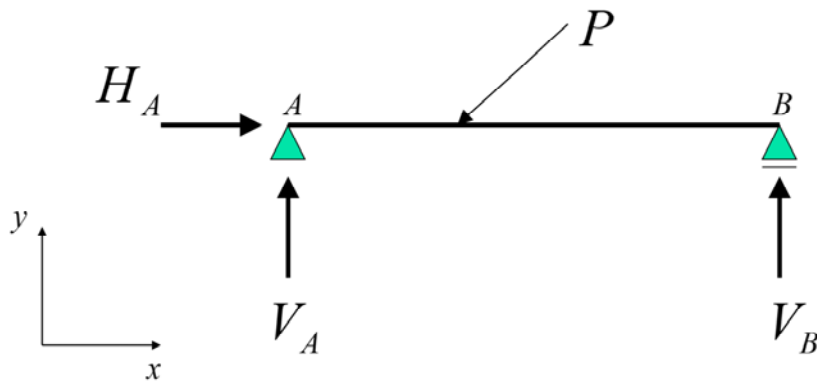
まず、モーメント外力は、 x , y 方向の力のつりあいとは無関係です。この外力が関係するのはモーメントのつりあい式のみです。

次に、注意すべき点は、モーメント外力はすでに力と距離を掛けられた力ですから、この力にさらに距離を掛けると間違いです。

また、このモーメント外力は、どこの点のモーメントを計算する場合も同じ値となります。

反力の計算法(1)

まず、未知の反力を定義する



反力は座標軸の正方向に定義するように癖をつけるのがベター

14

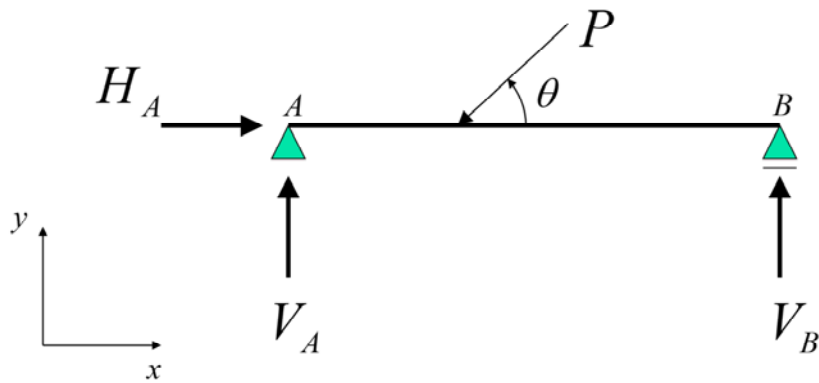
以上の点に注意して、具体的な解き方を説明します。

まず、未知の反力をベクトルで定義します。

例えば、垂直力はVerticalのVで表し、水平力はHorizontalのHで表します。また、A点の反力には添え字Aを、B点の反力には添え字Bを付けます。

また、矢印の方向は、x,y座標の正の方向に定義するように癖をつけるようにしましょう。

x,y方向の釣合式をたてる



$$\sum X = 0 \text{ より}$$

$$H_A - P \cos \theta = 0$$

$$\sum Y = 0 \text{ より}$$

$$V_A + V_B - P \sin \theta = 0$$

15

次に、すべての荷重(力)をx, y方向に分解します。

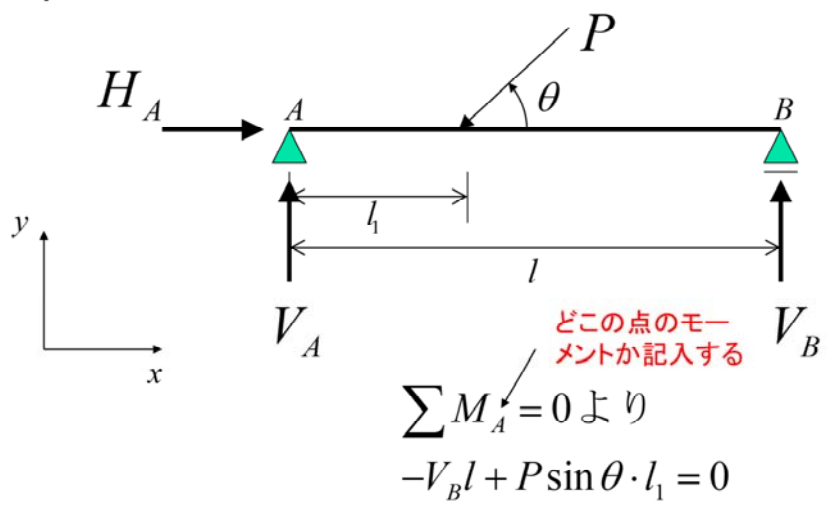
次に、x方向とy方向の釣り合い式を立てます。

釣り合い式には、「 $\sum X = 0$ より」とか、「 $\sum Y = 0$ より」というような文を付けるようにします。

そして、座標の正方向の力にはプラス、負方向の力にはマイナスを付けます。



ある点のモーメントの釣合式をたてる



次に、適当な点を回転中心としてモーメントの総和を計算します。
このような単純支持はりの計算では、A点またはB点のモーメントを計算すると計算が簡単になります。
また、このようなピンとローラー支持の骨組では、一般にピン支持点(A点)のモーメントを計算する方がより簡単になります。
なお、モーメントの釣り合い式を表示する場合は、「 $\sum M_A = 0$ より」というように、どの点を回転中心としてモーメントを計算したかを示しておきます。
曲げモーメントは、回転中心を時計回りに回転させるモーメントが正で、時計の反対まわりに回転させるモーメントが負なので、それによってプラスとマイナスの符号を付けます。



3つの式から3つの未知力を求める

$$\sum X = 0 \text{ より}$$

$$H_A - P \cos \theta = 0$$

$$\sum Y = 0 \text{ より}$$

$$V_A + V_B - P \sin \theta = 0$$

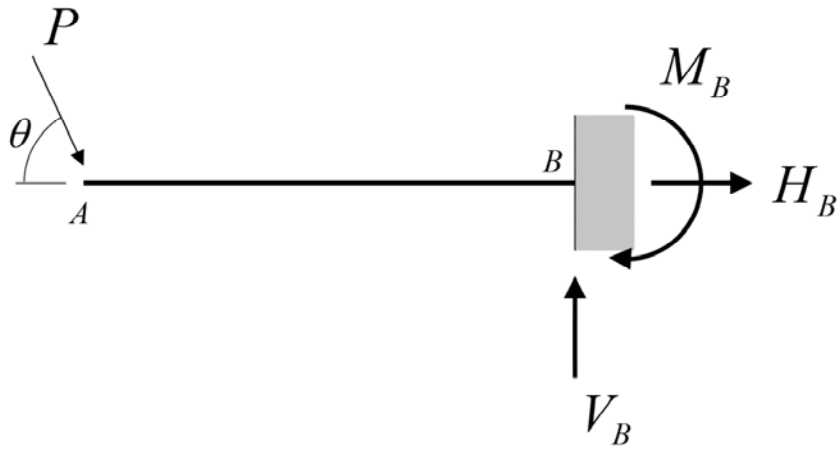
$$\sum M_A = 0 \text{ より}$$

$$-V_B l + P \sin \theta = 0$$

17

以上の3つの式を解いて、未知の反力 V_A , H_A , V_B を求めます。

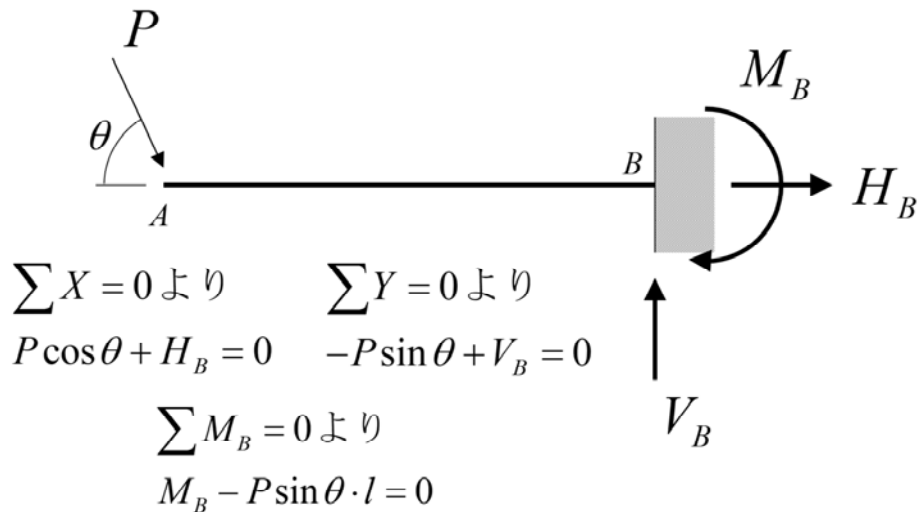
片持はりでは



18

次に、片持はりでは、図に示すように3つの反力を定義します。
モーメントは時計まわりが正ですから、モーメント反力も時計回りに定義しまし
ょう。

釣合式をたてる

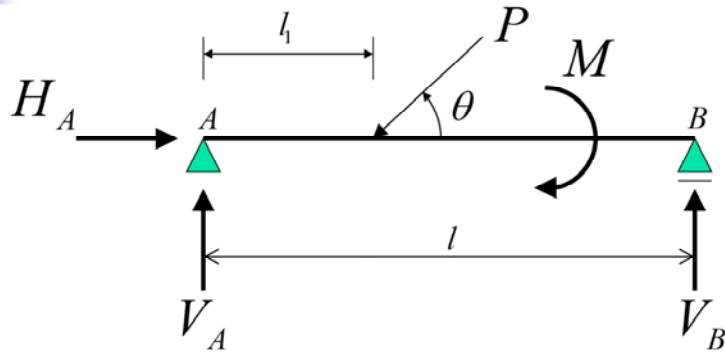


19

次に、x,y方向とモーメントの釣り合い式を立てて、これらの3つの式を解いて反力を求めます。

片持梁の問題では、固定端(B点)を中心にモーメントを計算すると、計算式が簡単になります。

モーメント外力が加わる場合



モーメントの釣合式だけが変わる

$$\sum M_A = 0 \text{ より}$$

$$-V_B l + P \sin \theta \cdot l_1 + M = 0$$

20

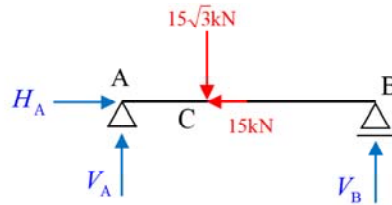
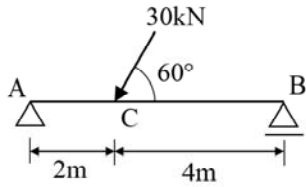
モーメント外力が加わる場合は、モーメントの釣り合い式にモーメント外力を加えればよいことになります。

ただし、時計回りは正、時計の反対回りは負であることに注意して下さい。

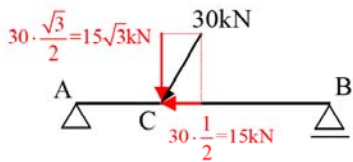


演習問題1-1の解き方

反力計算



分力の計算



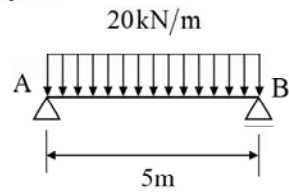
$$\sum X = 0: H_A - 15 = 0 \Rightarrow H_A = 15\text{kN}(\rightarrow)$$

$$\sum M_A = 0: -V_B \cdot 6 + 15\sqrt{3} \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_B = 5\sqrt{3}\text{kN}(\uparrow)$$

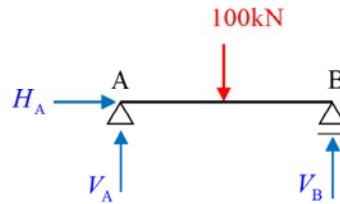
$$\sum Y = 0: V_A + V_B - 15\sqrt{3} = 0 \Rightarrow V_A = 10\sqrt{3}\text{kN}(\uparrow)$$



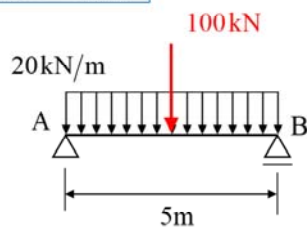
演習問題1-2の解き方



反力計算



合力の計算



$$\sum X = 0: H_A = 0\text{kN} ()$$

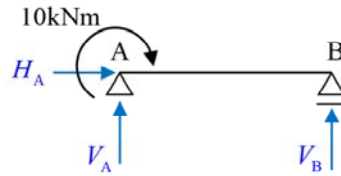
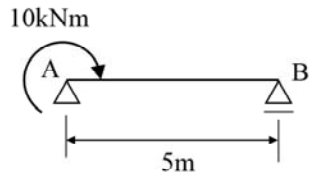
$$\sum M_A = 0: -V_B \cdot 5 + 100 \cdot 2.5 = 0 \Rightarrow V_B = 50\text{kN} (\uparrow)$$

$$\sum Y = 0: V_A + V_B - 100 = 0 \Rightarrow V_A = 50\text{kN} (\uparrow)$$



演習問題1-3の解き方

反力計算



$$\sum X = 0: H_A = 0\text{kN} ()$$

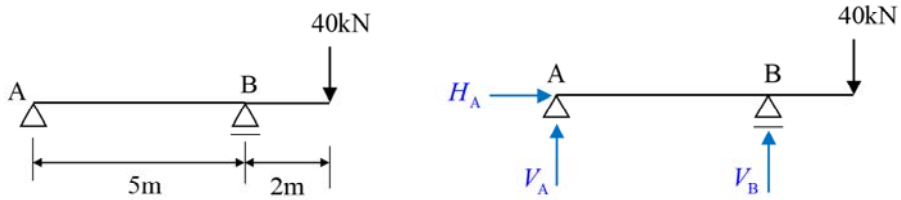
$$\sum M_A = 0: -V_B \cdot 5 + 10 = 0 \Rightarrow V_B = 2\text{kN} (\uparrow)$$

$$\sum Y = 0: V_A + V_B = 0 \Rightarrow V_A = -2\text{kN} (\downarrow)$$



演習問題1-4の解き方

反力計算



$$\sum X = 0: H_A = 0\text{kN} ()$$

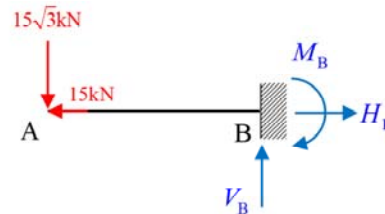
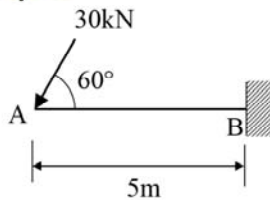
$$\sum M_A = 0: -V_B \cdot 5 + 40 \cdot 7 = 0 \Rightarrow V_B = 56\text{kN} (\uparrow)$$

$$\sum Y = 0: V_A + V_B - 40 = 0 \Rightarrow V_A = -16\text{kN} (\downarrow)$$

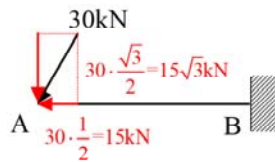


演習問題2-1の解き方

反力計算



分力の計算



$$\sum X = 0: H_B - 15 = 0 \Rightarrow H_B = 15\text{kN}(\rightarrow)$$

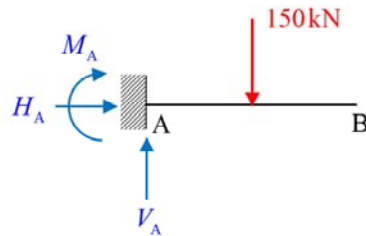
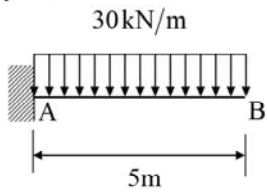
$$\sum M_B = 0: M_B - 15\sqrt{3} \cdot 5 = 0 \Rightarrow M_B = 75\sqrt{3}\text{kN}(\curvearrowleft)$$

$$\sum Y = 0: V_B - 15\sqrt{3} = 0 \Rightarrow V_B = 15\sqrt{3}\text{kN}(\uparrow)$$

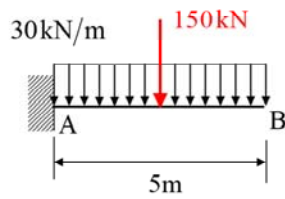


演習問題2-2の解き方

反力計算



合力の計算



$$\sum X = 0: H_A = 0\text{kN} ()$$

$$\sum M_A = 0: M_A + 150 \times 2.5 = 0 \Rightarrow M_A = -375\text{kN} (\curvearrowright)$$

$$\sum Y = 0: V_A - 150 = 0 \Rightarrow V_A = 150\text{kN} (\uparrow)$$