

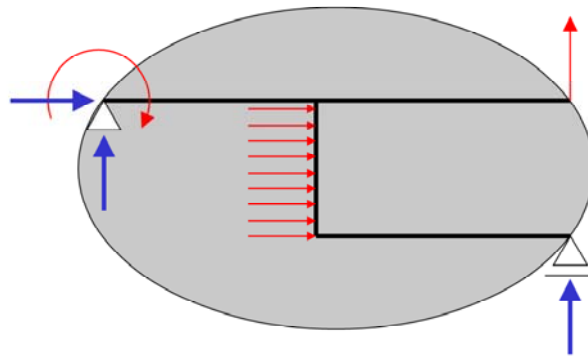


静定力学講義(5)

ラーメンの反力計算



解いているのは剛体の釣合



2

前回までの反力の計算は、梁のみで柱のない構造でしたが、今回扱うのは、柱と梁を有する骨組構造(ラーメン構造)です。

しかし、力のつりあい式の立て方は、前回とまったく同様に行えます。

すなわち、すべての力(ベクトル)をx,y方向の力に分解し、x方向の力の釣り合い式とy方向の力の釣り合い式を立てます。

次に、ピンとローラーの組み合わせでは、ピン支持点で、片持ラーメンでは、固定端を回転中心としてモーメントの釣り合い式を立てます。

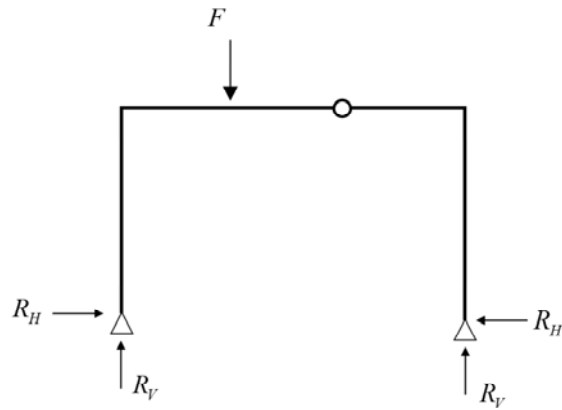
以上の3つの式を解いて、未知の反力を求めます。

注意すべき点は、水平力がモーメントとして作用する可能性があるということです。これを見落とさないようにして下さい。

また、集中荷重のモーメントは、荷重の作用線を延ばして、回転中心から垂線を下ろした距離で計算しなければなりません。

回転中心と荷重の作用点の結んだ距離をモーメントの腕の長さとして計算すると間違えます。

3ヒンジラーメン



ヒンジ点の曲げモーメント0の条件を使う

3

これまで、静定骨組の反力は、3つしかないという話をしていましたが、いくつか例外があります。

たとえば、図のような問題は、反力は4つありますが、静定問題となります。

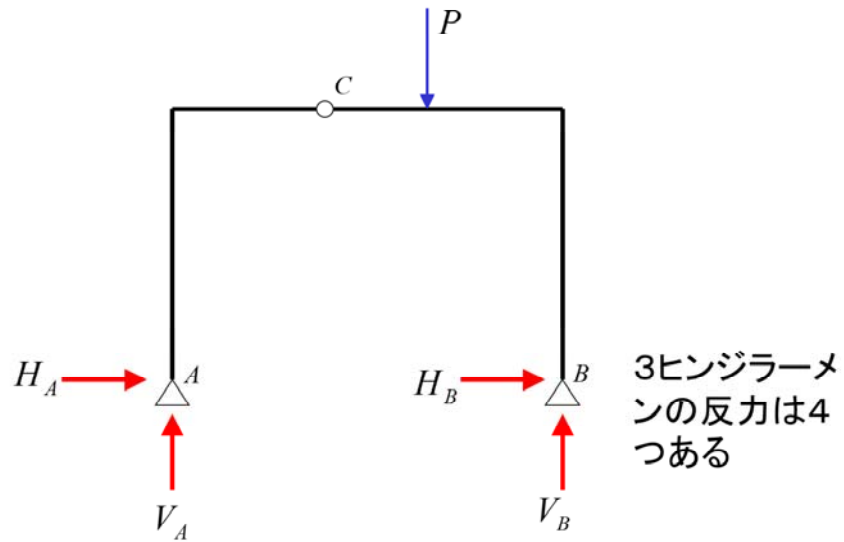
ただし、骨組の内部に一つヒンジが存在することが条件になります。

このような問題を3ヒンジラーメンと呼びます。

すでに述べたように、力のつりあい式は3つしかありませんが、この場合は、骨組内のヒンジ点を回転中心にした時のモーメントが0になるという条件を使うことで解くことができます。



3ヒンジラーメンの反力

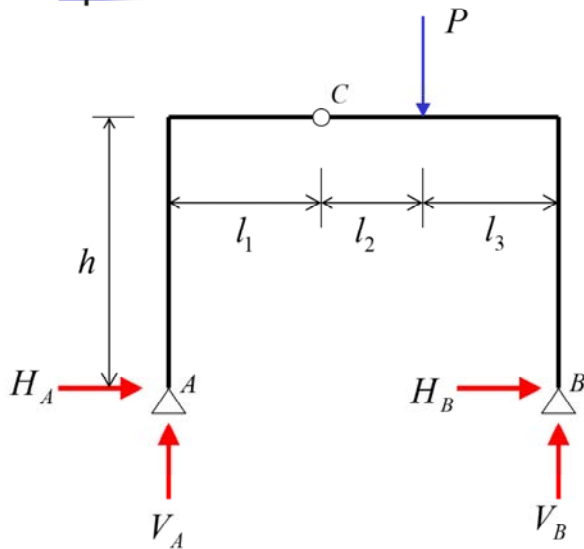


4

まず、3ヒンジラーメンの反力を定義します。
この場合、4つの反力が定義されます。



3つの釣合条件式では解けない？



$$\sum X = 0$$

$$H_A + H_B = 0$$

$$\sum Y = 0$$

$$V_A + V_B - P = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

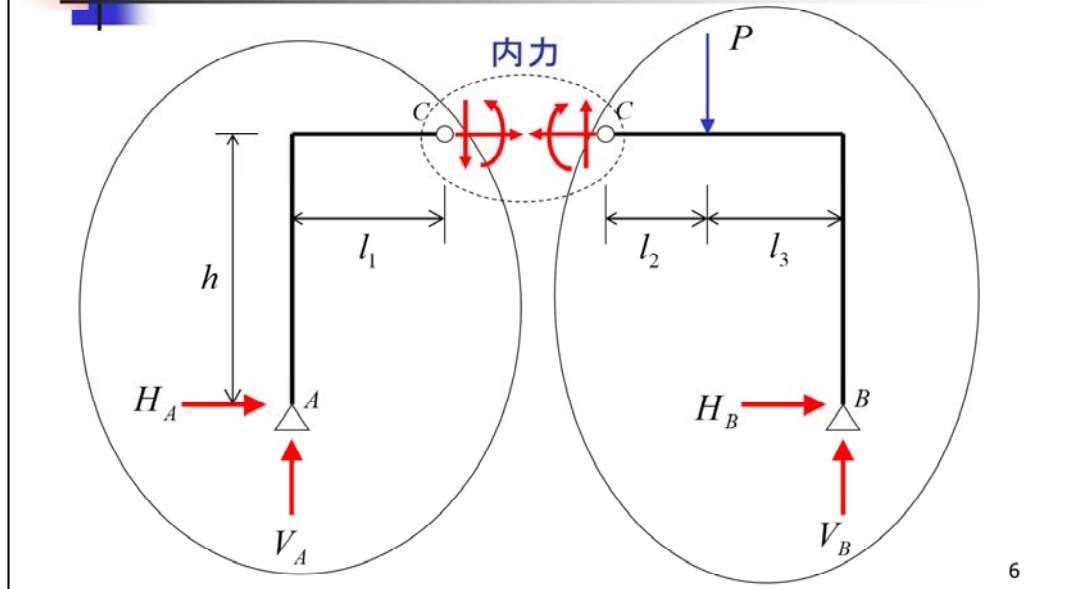
$$(l_1 + l_2)P - (l_1 + l_2 + l_3)V_B = 0$$

下の2式で V_A, V_B は求まるが、 H_A, H_B が求まらない

5

力の釣り合い式を立てると、3つの式が得られます。
しかし、反力は4つあるため、これだけでは解けません。

梁のヒンジ点で二つに分ける



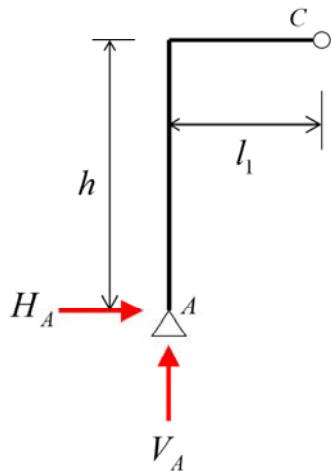
4つ目の式は、梁のヒンジ点で骨組を二つに分離することによって求めます。このように2つの構造に分離すると、その接合点Cに働く力が現れます。分離しなければ、C点で力はつりあっているため、力は消えています。このように、構造を分離することで、その分離点に現れる力を内力と言います。

この場合は、C点はヒンジですから回転に対する抵抗はありません。

したがって、C点の内力のモーメントは0になります。したがって、C点を回転中心とするモーメントを計算するとこれが0になっている必要があります。

この条件が、第4の条件式になります。なお、この条件式は、左の構造のモーメントのつりあいからも求められますし、右側の構造のモーメントのつりあいからも求められます。

左側の構造では



$$\sum M_C = 0$$
$$l_1 V_A - h H_A = 0$$



$$H_A = \frac{l_1}{h} V_A = \frac{l_1 l_3 P}{(l_1 + l_2 + l_3) h}$$
$$H_B = -H_A \quad (\because \sum X = 0)$$

7

左側の構造で、C点まわりのモーメントのつりあい条件を求めると、上に示す式が得られ、全体の釣り合い式から求められたVAを代入すると、HA,HBが求まります。

右側の構造では

$$\sum M_C = 0$$

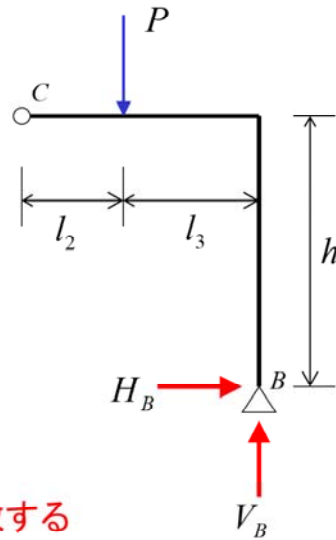
$$l_2 P - (l_2 + l_3) V_B - h H_B = 0$$



$$H_B = \frac{l_2 P - \frac{(l_2 + l_3)(l_1 + l_2)P}{(l_1 + l_2 + l_3)}}{h}$$

$$= -\frac{l_1 l_3 P}{(l_1 + l_2 + l_3)h}$$

左側の構造で得られた解と一致する



8

同様に、右側の構造で、C点まわりのモーメントのつりあい式を求め、全体の釣りがち式で得られた V_B を代入すると、左側の構造のモーメントのつりあい条件を用いた場合の解と同じ解が得られます。



まとめると

- 3ヒンジラーメンでは4つの反力がある。
- この場合, 3つの釣合式以外にもう一つ関係式が必要となる。
- 4つ目の釣合式は, 構造内ヒンジ点で構造を2つに分け, どちらかの構造で, ヒンジまわりのモーメントが0となる釣合式を用いる。

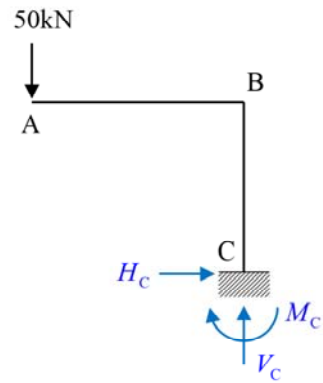
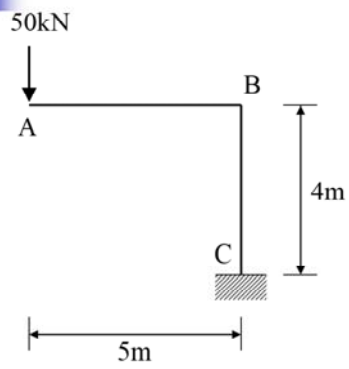


試験対策

- x 方向, y 方向, モーメントの釣合で答えを出した後, 時間があれば, もう一点別の点でモーメントを計算し, 0になっていることを確かめる。
- モーメントの釣合を求める点は, 単純支持はりではピン支持点, 片持はりでは固定点が良い(より計算が簡単になる)。
- 答えには, 単位を入れるのを忘れないこと(力はkN, モーメントはkNm等)。



演習問題1-1の解き方

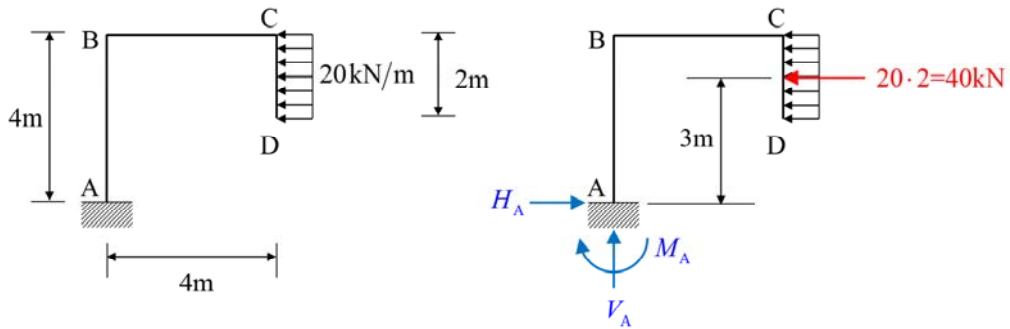


$$\sum X = 0: H_c = 0\text{kN} ()$$

$$\sum M_c = 0: M_c - 50 \cdot 5 = 0 \Rightarrow M_c = 250\text{kNm} (\curvearrowright)$$

$$\sum Y = 0: V_c - 50 = 0 \Rightarrow V_c = 50\text{kN} (\uparrow)$$

演習問題1-2の解き方



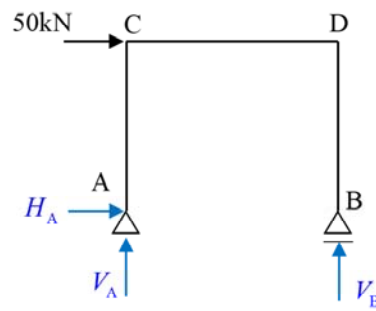
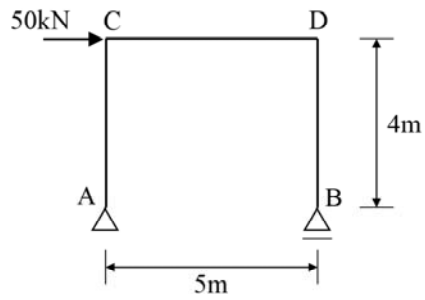
$$\sum X = 0: H_A - 40 = 0 \Rightarrow H_A = 40\text{kN}(\rightarrow)$$

$$\sum M_A = 0: M_A - 40 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_A = 120\text{kNm}(\curvearrowleft)$$

$$\sum Y = 0: V_A = 0\text{kN}(\quad)$$



演習問題1-3の解き方

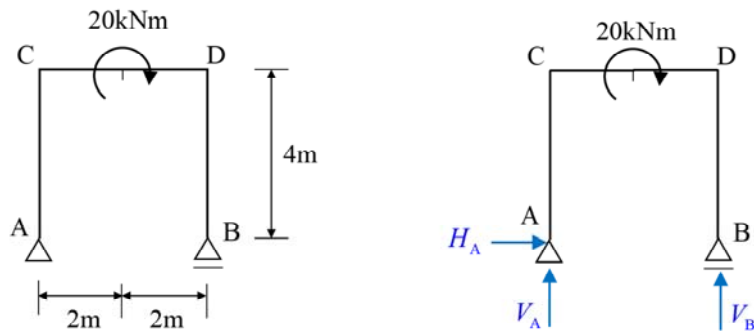


$$\sum X = 0: H_A + 50 = 0 \Rightarrow H_A = -50\text{kN}(\leftarrow)$$

$$\sum M_A = 0: -V_B \cdot 5 + 50 \cdot 4 = 0 \Rightarrow V_B = 40\text{kN}(\uparrow)$$

$$\sum Y = 0: V_A + V_B = 0 \Rightarrow V_A = -40\text{kN}(\downarrow)$$

演習問題1-4の解き方



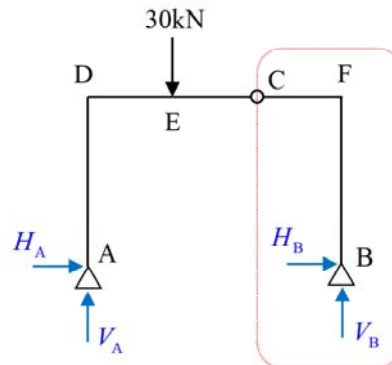
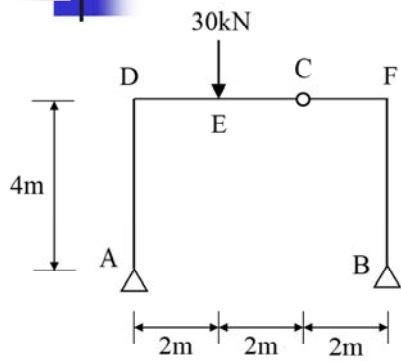
$$\sum X = 0: H_A = 0\text{kN} ()$$

$$\sum M_A = 0: -V_B \cdot 4 + 20 = 0 \Rightarrow V_B = 5\text{kN} (\uparrow)$$

$$\sum Y = 0: V_A + V_B = 0 \Rightarrow V_A = -5\text{kN} (\downarrow)$$



演習問題2-1の解き方



$$\sum X = 0: H_A + H_B = 0 \dots (1)$$

$$\sum Y = 0: V_A + V_B - 30 = 0 \dots (2)$$

$$\sum M_A = 0: -V_B \cdot 6 + 30 \cdot 2 = 0 \dots (3)$$

$$\sum M_C^{\text{右}} = 0: -2V_B - 4H_B = 0 \dots (4)$$

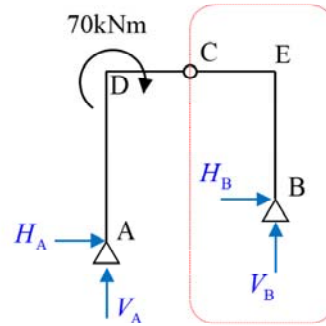
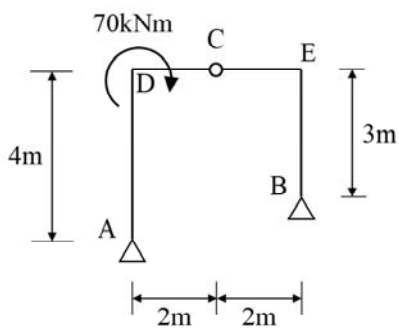
(3)より $V_B = 10\text{kN}(\uparrow)$

(4)より $H_B = -5\text{kN}(\leftarrow)$

(1)より $H_A = 5\text{kN}(\rightarrow)$

(2)より $V_A = 20\text{kN}(\uparrow)$

演習問題2-2の解き方



$$\sum X = 0: H_A + H_B = 0 \dots (1)$$

$$\sum Y = 0: V_A + V_B = 0 \dots (2)$$

$$\sum M_A = 0: -V_B \cdot 4 + H_B \cdot 1 + 70 = 0 \dots (3)$$

$$\sum M_C = 0: -2V_B - 3H_B = 0 \dots (4)$$

$$(3) - (4) \times 2 \text{より } 7H_B + 70 = 0 \Rightarrow H_B = -10\text{kN}(\leftarrow)$$

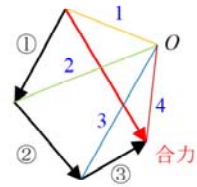
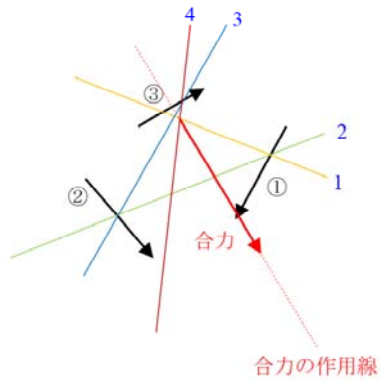
$$(1) \text{より } H_A = 10\text{kN}(\rightarrow)$$

$$(4) \text{より } V_B = 15\text{kN}(\uparrow)$$

$$(2) \text{より } V_A = -15\text{kN}(\downarrow)$$



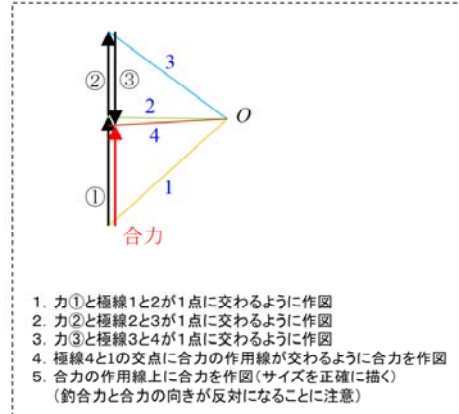
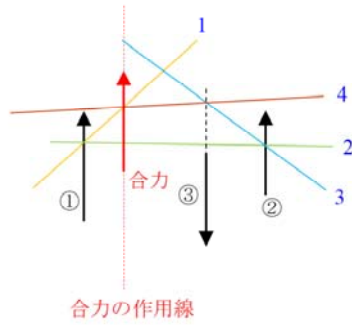
演習問題3の解き方



1. 力①と極線1と2が1点に交わるように作図
2. 力②と極線2と3が1点に交わるように作図
3. 力③と極線3と4が1点に交わるように作図
4. 極線4と1の交点に合力の作用線が交わるように合力を作図
5. 合力の作用線上に合力を作図(サイズを正確に描く)
(釣合力と合力の向きが反対になることに注意)



前回の演習問題3の解き方



1. 力①と極線1と2が1点に交わるように作図
2. 力②と極線2と3が1点に交わるように作図
3. 力③と極線3と4が1点に交わるように作図
4. 極線4と1の交点に合力の作用線が交わるように合力を作図
5. 合力の作用線上に合力を作図(サイズを正確に描く)
(釣合力と合力の向きが反対になることに注意)